Johann Michael Schirmer

Schul- Schreib- und Rechenmeisters in Frankfurt am Main

selbstlehrende

Algebra

das ist

gründliche Anweisung

wie ein jeder

welcher die gemeine Rechenkunst verstehet

diese vortrefliche Wissenschaft

ohne mündlichen Unterricht

lernen

und mittelst derselben

alle schwere Rechnungsvorfälle

die sich sowohl bei dem Militare, der Handlung und den Künsten
als auch überhaupt im gemeinen Leben
ereignen

fertig und ohne Schwierigkeit

auflösen kan

mit einem nüzlichen Register

dritte Abtheilung

Frankfurt am Main

in der Andreäischen Buchhandlung 1780.

Diese dritte Abtheilung kostet bei dem Verleger

48 Kreuzer.

Anzeige.

Nachdeme in dem Leipziger allgemeinen Verzeichnis neuer Bücher auf das Jahr 1779, IV. St. p. 263, zur Anzeige der ersten Abtheilung dieser selbstlehrenden Algebra Anmerkungen beigefüget worden, welche nichts als auf Unwissenheit gegründete Ehrenschändungen enthalten, so hatte, zur schuldigen Rettung meiner Ehre, sothanen Frevel und des Recensenten Unfähigkeit in dieser Wissenschaft in öffentlichen Blättern bekant gemacht, in Hofnung, daß dieses denselben erröthet zum Gefühl seiner Schwäche zurükführen werde. Alleine ohne Empfindung dessen, durch Schmähsucht angetrieben, hat der Recensent in dem Vten Stük gedachten Bücherverzeichnisses p. 351 die zweite Abtheilung gegenwärtiger Algebra auf gleiche Weise mißhandelt, und dadurch seinen öffentlich geschilderten Character auch öffentlich bestätiget.

Um aber auch thätig zu zeigen, daß der Recensent unfähig sei, eine Algebra zu beurtheilen, und daß er von den angetasteten Stellen nicht eine einzige verstehe, so habe, nach vorgängiger öffentlichen Einladung, eine ganze Woche hindurch täglich etliche Stunden durch zween meiner Schüler vor den Augen und Ohren der Anwesenden, unter Allegirung der berühmtesten Autoren, sothane Stellen vertheidigen lassen. Als:

I. Negative Grössen sind mangelnde Grössen (§. 33).

Eine mangelnde Grösse ist z. E. $-a$, oder $-b$ u. s. f. und wird auf alle mögliche Art vermehret und vermindert, dabei keine Subtraction bis zu Ende einer Rechnung vorgenommen, wohl aber in Ansehung derselben öfters reducirt wird.

Diese allerersten und nöthigsten Begriffe von der Algebra fehlen dem Recensenten gänzlich.

II. Eine complexe Grösse kan aus allerlei gleich- und ungleichnahmigen Gliedern bestehen (§. 44).

Eine solche Grösse kan auf alle Arten vermehret und vermindert werden, ohne die Glieder miteinander zu vermischen.

Das kan der Recensent nicht begreiffen.

III. Negative Exponenten sind mangelnde Graden einer Potenz (§. 35).

Ein mangelnder Grad ist: a^{-1}, zween Mangelnde: a^{-2}, drei Mangelnde: a^{-3} u. s. f. welche nach allen Rechnungsarten vermehret oder vermindert werden. Z. E. a^{-2} mit a^{-3} multiplicirt, giebt das Product: $a^{-2}a^{-3}$, welches reducirt a^{-1} ist, und also bewiesen wird: Das Product: $a^2 a^3$, ist reducirt: a^5, mithin ist a^2 um 3, oder a^3 um 2 Grad höher worden, folglichen ist a^{-2} um 3, oder a^{-3} um 2 Grad grösser, d. i. der Mangel kleiner worden (§. 56).

Dieses kan der Recensent erst verstehen, wann er negativ für Mangel annehmen wird.

IV. Wann incomplexe Grössen zu addiren, d. i. zusammen zu sezen sind, so füget man solche, wie sie als positiv und negativ, d. i. weniger, mangelnd, fehlend u. d. g. gegeben werden, mit ihren Zeichen: + und —, nur schlechthin zusammen, und reducirt alsdann

sothane

sothane complexe Grösse, wann es thunlich ist (§. 62).

Z. E. Wann gesagt würde: $4\frac{1}{3}$ Thlr. weniger 4 Ehlen, so würde die Bezeichnung: $4\frac{1}{3}\,a - b$, oder, wann keine Thaler oder Ehlen mehr gegeben würden, nur: $a - b$.

Bei dieser Procedur stehet dem Recensenten abermahl die negative Grösse im Weeg, daß er solche Addition, wie jene Bezeichnung §. 44, nicht verstehen kan.

V. Wann ein geometrisches Verhältnis allgemein bezeichnet werden sol, so muß natürlicher Weise bekant sein, ob das vor- oder nachstehende Glied das gröste sei, welches dann mit dem Exponenten des Verhältnisses, dafür man insgemein n nimt, multiplicirt wird (§. 294).

Z. E. Da das vorstehende Glied grösser sein sol: $an.\ n.$

Da das nachstehende Glied grösser sein sol: $a.\ an.$

Ist zu Aufsuchung eines geometrischen Verhältnisses nach §. 274 ein richtiger Begrif vorhanden, so weiß man, daß n eine jede ganze und gebrochene Zahl vorstellen könne, wann sie nur mehr als 1 ist.

Weil dieser Begrif dem Recensenten fehlet, so kan er auch diese Formeln nicht beurtheilen.

VI. Wann bei einer geometrischen Proportion das zweite Glied dem Dritten gleich ist, so giebt es eine continuirliche geometrische Proportion, eigentlich eine geometrische Progression, dabei allerdings keine Regeldetriauflösung nöthig ist (§. 305).

Z. E. $a.\ an :: an.$ giebt ohne Rechnung: $a.\ an.\ an^2.$

Davon ist die eigentliche Beschaffenheit dem Recensenten nicht bekant, weil er sonst nicht so widersinnig davon raisonnirt hätte.

VII. Bei der Algebra wird öfters durch verschiedene Formeln einerlei Sache ausgedrüket, davon für Anfängere die Faßlichsten erwählet werden (§. 316).

Dieses siehet der Recensent, wie er selbst bekennet, nicht ein.

VIII. Wann eine arithmetische Progression allgemein vorgestellet wird, so bedeutet die Formel: $n - 1$, die Anzahl der Glieder, weniger Eins (§. 316).

Weil nichts natürlicher ist, als daß die Anzahl der Glieder einer jeden Progression eine ganze Zahl sein müsse, so muß n auch eine ganze Zahl bedeuten.

Hier leget der Recensent seine Unwissenheit völlig an den Tag, wann er saget: n könne auch eine gebrochene Zahl sein, wie er auch vom Exponenten n im Vten Punct geträumet hat.

IX. Die Formel, welche die Summe einer arithmetischen Progression vorstellet, ist ganz recht, welches die Resolution beweiset (§. 321).

Die Correctur des Recensenten aber ist eben so, als wann man behaupten wolte, y sei kein y, wann nicht zwei Pünctlein darüber stünden.

X. Wann das Verhältnis einer geometrischen Progression gesuchet werden sol, so ist die allgemeine Formel davon:

$$a)\ \frac{am^{n-1}}{\sqrt[n]{m^{n-1}}}$$

Das

Das heist: m, d. i. das Verhältnis, zu demjenigen Grad erhaben, als Glieder der Progression, weniger 1, vorhanden sind, mit a, nemlich dem ersten Glied, multiplicirt, und aus dem Product die Wurzel gezogen, welche n, d. i. der Grad, sein sol (§. 327).

Hierbei muß der richtige Begrif von der Formel: m^{n-1}, vorhanden sein, nemlich: Wird n für den zweiten Grad angenommen, so sind der Glieder 3; wird n für den dritten Grad angenommen, so sind der Glieder 4 u. s. f. mithin rükwärts: Sind 4 Glieder angezeiget, so ist $n = 3$; sind 3 Glieder angezeiget, so ist $n = 2$.

Es findet also bei der Formel: $n - 1$, keine Subtraction von n statt, sondern n zeiget, wie gedacht, den Grad an, und $n - 1$ die Glieder der Progression und zugleich den Grad.

Derohalben, wann z. E. $a = 3$, $m = 4$, und $n = 2$ genommen wird, so ist 4 zum zweiten Grad erhaben gleich 16, und diese mit 3 multiplicirt, gleich 48, welche als das lezte Glied allgemein bezeichnet wird: am^{n-1}, welche Formel zugleich 3 Glieder andeutet.

Hier meint nur der Recensent, wie alle — —, welches aber bei mathematischen Wahrheiten keine statt findet.

XI. Daß dieses Exempel unter vorstehenden Paragraphen gehöre, beweiset die gemachte Einrichtung (§. 324).

Es hat also der Recensent abermahl leere Worte gemacht, um den Raum seiner gelehrten Anmerkungen zu erfüllen.

XII. Die Logarithmen belangend (§.444), so hatte ich mich derselben bei gemeinen Rechnungen schon lange bedienet, als Recensent das Licht dieser Welt erblikte.

Daß ich aber dem Recensenten von sothanen Tabellen, wie in all dem Vorherigen, keinen deutlichen Begrif machen können, davon ist die Ursache nicht in meinem Unterricht, sondern in ihm zu suchen — —.

In Zusammenhaltung des Recensenten gänzlichen Unwissenheit in der Algebra, und seines entscheidenden Tons, solte man billig schliessen, daß ihn ein schädlicher Affect beherrschet habe, der ihm in der Folge sehr nachtheilig sein könte. Um aber ihn von der eingebildeten Potenz der Weisheit um einige Grade herunter zu sezen, so frage ich ihn hiermit vor der ganzen Welt: Ob in der Gleichung: $x^4 - 2x^3 - 7x^2 = 8x - 12$ vier Wehrten von x statt haben, und welche es sein können? als worinnen sonderlich die negative Grösse als ein Mangel betrachtet werden muß.

Joh. Michael Schirmer,

Verfasser der selbstlehrenden Algebra.

Selbst-

Selbstlehrende

Algebra

---

dritte Abtheilung

Einleitung
in die
Gleichungen.

§. 483.

Eine Gleichung (§. 15 u. f.), oder Aequation, nennet man, wann eine Sache auf zweierlei Art ausgedruket wird, und beide Ausdrüken dem Wehrt nach einander gleich sind.

Z. E. $4+5-1$ und $2\times3+2$ sind zweierlei Ausdrüken, beide aber dem Wehrt nach einander gleich, indeme $4+5-1=8$, und $2\times3+2=8$.

§. 484. Solchemnach bestehet eine Gleichung aus zween Theilen, welche, wie gedacht, dem Wehrt nach einander gleich sein müssen, und die man deswegen mit dem Gleichungszeichen (§. 26) voneinander unterscheidet, also:

$$4+5-1=2\times3+2.$$

§. 485. Weil aber zween gemeine Factoren (§. 26) hier keine statt finden, so müste für 2×3 das Product 6 genommen werden, und die Gleichung also stehen:

$$4+5-1=6+2.$$

§. 486.

§. 486. Diese Gleichungsformel hat zwar in Ansehung der zween gleichen Theilen ihre Richtigkeit; es findet aber dabei noch keine Rechnung statt, weil nach keiner unbekanten Zahl die Frage ist (§. 8).

§. 487. Wann demnach eine Gleichungsvorgabe zu berechnen gegeben wird, so werden nebst denen bekanten Zahlen, oder Grössen, auch unbekante Grössen angezeiget, und deren Wehrt zu suchen begehret.

§. 488. Diese unbekante Grössen werden, wie bekant (§. 9), mit einem der leztern Buchstaben des *a*, *b*, *c* bezeichnet, und nach Masgab der Vorgabe zu denen bekanten Zahlen geschrieben.

Z. E. Die Zahl 8, und eine unbekante Zahl weniger 3, sol gleich 24 weniger 5 sein, was hat also x, als die unbekante Zahl, für einen Wehrt?

Die Gleichungsformel ist also:

$$8 + x - 3 = 24 - 5$$

Oder: Die Zahl 8, und eine unbekante Zahl weniger 3, sol gleich sein 24 weniger 5, nebst jener unbekanten Zahl, welches wäre also der Wehrt von der unbekanten Zahl, als dem x?

Die Gleichung hat diese Formel:

$$8 + x - 3 = 24 - 5 - x$$

§. 489. Ist der Aufsaz, oder die Gleichung, nach Masgab einer Vorgabe formiret, so wird alsdann der Wehrt von der unbekanten Grösse gefunden, wann die bekante und unbekante Grössen also voneinander abgesondert werden, daß jede Art auf eine Seite allein zu stehen komme, welche Procedur die Gleichungsreduction genennet wird.

§. 490. Diese Absonderung der bekanten und unbekanten Grössen wird begreiflich, wann man nur erweget, daß beide

beide Theile einer formirten Gleichung immer einander gleich bleiben müssen, sie mögen auf gleiche Weise vermehret oder vermindert werden, wie sie wollen (vergl. mit §. 280 u. f.).

Z. E. Es sei die vorige Gleichung:

$$8 + x - 3 = 24 - 5 - x$$

Hier werden die bekante und unbekante Grössen also voneinander abgesondert, und jede Art alleine auf eine Seite gebracht:

Erstlich thut man 8 auf der einen Seite weg, und sezet solche negativ auf die andere Seite; dann weil der erste Theil um 8 weniger worden, so muß der andere Theil auch um 8 weniger gemacht werden, daher die Gleichung also komt:

$$x - 3 = 24 - 5 - x - 8$$

Alsdann wird — 3 unter + auch auf die andere Seite gebracht; dann weil dem ersten Theil der Mangel (§. 33) von 3 weggethan, und derselbe also um 3 grösser wird, so muß der andere Theil auch um so viel grösser gemacht werden, mithin ist die Gleichung:

$$x = 24 - 5 - x - x$$

Endlich thut man auch die unbekante negative Grösse unter + auf den ersten Theil der Gleichung; dann da der andere Theil sothanen Mangels entlediget, und um so viel grösser wird, so muß der erste Theil auch um so viel grösser gemacht werden, da dann die Gleichung also ist:

$$x + x = 24 - 5 - 8 + 3 \quad \text{Reducirt (§. 58)}$$

$$2x = 24 - 5 - 8 + 3$$

§. 491. Hieraus hat man die allgemeine Regel hergeleitet: **daß die Absonderung der bekanten und unbekanten Grössen oder Glieder einer Gleichung unter verkehrten Zeichen geschehen müsse.**

§. 492. Wann demnach Glieder unter verkehrten Zeichen auf die andere Seite gebracht werden, so bleibet immer eine Gleichung, ja, so auf diese Art alle Glieder zusammen auf eine Seite, welche es sei, kommen, bleibet doch eine

Gleichung, welche alsdann auf beiden Seiten o, und also Nichts wird, wie solches inskünftige vorkommen wird.

Z. E. Die vorige Gleichung ist:

$$2x = 24 - 5 - 8 + 3$$

Mithin ist der Wehrt von $2x$:

$$\begin{array}{r} =24 \\ -5 \\ \hline 19 \\ -8 \\ \hline 11 \\ +3 \\ \hline 14 \end{array}$$

14, und also von einem x: $= 7$

Wird nun diese Gleichung in Nichts verwandelt, so ist die Formel:

$$2x - 24 + 5 + 8 - 3 = 0$$

welche nach dem gegenwärtigen Wehrt von $2x$, nemlich 14, würklich $0 = 0$, oder Nichts, ist;

dann $2x$ ist

$$\begin{array}{r} =14 \\ -24 \\ \hline -10 \\ 5 \\ \hline -5 \\ 8 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

Oder, da sämtliche Glieder auf die andere Seite gebracht werden:

$$0 = -2x + 24 - 5 - 8 + 3;$$

dann $-2x$ ist gegenwärtig:

$$\begin{array}{r} -14 \\ 24 \\ \hline 10 \\ -5 \\ \hline 5 \\ -8 \\ \hline -3 \\ +3 \\ \hline 0 \end{array}$$

§. 493. Es sind aber die Gleichungen mit gemeinen Zahlen nicht algebraisch und allgemein (§. 12 u. f.), sondern nur auf einen einzigen Wehrt von x, als wie vorhin auf die Zahl 7, eingeschränket, derohalben man anstatt derselben Buchstaben erwählet (§. 6 u. f.), und die Operation damit verrichtet (§. 11).

Z. E. Es würde die Vorgabe gegeben:

Von einem Stük Tuch wurden etliche Ehlen abgeschnitten, so war der Rest noch 60 Ehlen: von einem andern Stük von 90 Ehlen wurden noch einmahl so viel Ehlen abgeschnitten, so hatte es die Länge, als jenes Stük anfänglich gehalten. Fr. Wie viel Ehlen sind dem ersten Stük abgeschnitten worden?

Bei dieser Vorgabe erkennet man leicht, daß 60, und die etliche abgeschnittene Ehlen, den einen- und 90 Ehlen weniger jene etliche abgeschnittene Ehlen, zweimahl genommen, den andern Theil der Gleichung ausmache.

Werden nun diese beiden Theile der Gleichung mit Buchstaben bezeichnet, und die etliche abgeschnittene Ehlen vom ersten Stük $= x$, der Rest $60 = a$, sodann $90 = b$ genommen, so ist die Formel der Gleichung also:

$x + a = b - 2x$, welche Gleichung wie vorhin reducirt wird.

$$x + 2x = -a + b$$

$$3)\ 3x = -a + b$$

$$x = \frac{-a + b}{3}$$

Also ist x, das sind die abgeschnittene Ehlen, gleich $-a$, oder -60 Ehlen, und b, nemlich 90 Ehlen, durch 3 dividirt, davon die Resolution also ist:

$$-a = -60$$
$$b = 90$$
$$3)\ 30$$

10 Ehlen sind dem ersten, mithin 20 Ehlen dem andern Stük, abgeschnitten worden.

§. 494. Diese Formel der erhaltenen Antwort in Buchstaben kan man nun auf alle ähnliche Fälle anwenden, und also allerlei Vorgaben darnach componiren, wann den Buchstaben zuvor beliebige Zahlen oder Wehrten zugeeignet worden (§. 12).

Z.E. Wann man willkührlich $-a = -40\frac{1}{2}$, und $b = 68\frac{3}{4}$ ℔. nimt, so kan folgende Vorgabe darüber gemacht werden:

Aus einer Schublade wurden etliche ℔. gethan, und blieben $40\frac{1}{2}$ ℔. übrig: in einer andern Schublade sind $68\frac{3}{4}$ ℔: werden von diesen noch einmahl so viel ℔, als von jenen, genommen, so bleiben so viel übrig, als in jener Schublade anfänglich waren. Fr. Wie viel ℔. sind aus der ersten Schublade gethan worden?

Resolution: $-a = -40\frac{1}{2}$
$b = 68\frac{3}{4}$

$3)\ 28\frac{1}{4}$

$9\frac{5}{12}$ ℔. sind aus der ersten Schublade genommen worden.

Probe: $40\frac{1}{2}$ ℔ waren in der Ersten übrig.
$9\frac{5}{12}$ ℔. heraus.
$49\frac{11}{12}$ ℔. waren erst darinnen.

$68\frac{3}{4}$ ℔. waren in der andern Schublade.
$-18\frac{5}{6}$ ℔. dann 2mahl $9\frac{5}{12}$ giebt $18\frac{5}{6}$.
$49\frac{11}{12}$ ℔. und also jenen gleich.

§. 495. Zu dem Aufsaz, oder Formirung einer Gleichung, können zwar keine allgemeine Regeln gegeben werden, indeme die Vorgaben öfters dunkel und verwirrt sind; wann man aber nur auf die Erzählung wohl Achtung giebt, und die Umstände und Beschaffenheit der Zahlen Vermehr- und Verminderung erweget, und alsdann, was diesem entgegen stehet und gleich gehalten wird, betrachtet, so wird es nicht schwer fallen, einen jeden Theil der Gleichung zu bestimmen.

§. 496. Die Reduction einer formirten Gleichung, oder die Absonderung der bekanten und unbekanten Grös-

Grössen (§. 491), wird noch wenigere Schwierigkeiten finden, wann die vorhergehende zwo Abtheilungen wohl geübet worden.

§. 497. Es gilt zwar gleich, auf welche Seite man die unbekante Grössen x alleine bringet; doch werden Anfängere wohl thun, wann sie sich angewöhnen, solche entweder währender Reduction, wie vorhin geschehen (§. 493), oder zulezt, wann sie negativ, unter verkehrtem Zeichen auf den ersten Theil der Gleichung zu bringen, in welchem Fall der erste Theil auch unter verkehrtem Zeichen auf den andern Theil gebracht werden muß.

Z. E. Es sei die vorige Gleichung:

$x + a = b - 2x$, so könte die Reduction sein:

$$a = b - 2x - x$$

$$-3)\ a - b = -3x$$

$$\frac{a-b}{-3} = x;$$ dann $-3x$ durch -3 dividirt giebt x (§. 96).

Die Resolution ist:

$$a = 40\tfrac{1}{2}$$
$$-b = -68\tfrac{3}{4}$$
$$-3)\ -28\tfrac{1}{4}$$
$$9\tfrac{5}{12}$$

Oder: $x + a = b - 2x$

$$a = b - 2x - x$$

$$a = b - 3x$$

$$3)\ a - b = -3x$$

$$\frac{a-b}{3} = -x$$

Die Resolution ist:

$$a = 40\tfrac{1}{2}$$
$$-b = -68\tfrac{3}{4}$$
$$3)\ -28\tfrac{1}{4}$$
$$-9\tfrac{5}{12}$$

Also ist hier $-x = -9\tfrac{5}{12}$, welches eben so viel ist, als $x = 9\tfrac{5}{12}$

Wird aber die Gleichung gedachter Massen umgewendet, so ist es der Sache gemässer:

$$x + a = b - 2x$$
$$a = b - x - 2x$$
$$a - b = - 3x, \text{ umgewandt:}$$
$$3)\ 3x = - a + b$$
$$x = \frac{- a + b}{3}$$

Die Resolution ist: $-a = - 40\tfrac{1}{2}$

$$b = 68\tfrac{3}{4}$$
$$3)\ 28\tfrac{1}{4}$$
$$9\tfrac{5}{12}$$

§. 498. Ist aber die unbekante Grösse positiv, so muß das Umwenden schlechthin unter den vorstehenden Zeichen geschehen.

Z. E. $a - b = 3x$

$$3x = a - b$$

§. 499. Einige machen in Ansehung der Benennungen mit Buchstaben (§. 493) einen Unterschied, also, daß a allezeit für eine gewisse Grösse genommen wird, um solches zuerst auf den zweiten Theil zu bringen; alleine man hat diesen Bedacht nicht nöthig, sondern benennet die gegebene Zahlen, wie sie aufeinander folgen, schlechthin mit a, b, c u. s. w. und merket nur einer jeden zugeeigneten Wehrt (§. 12).

Z. E. Man hat eine Zahl, thut 12 darzu, und nimt wieder 20 von der Summe, so ist der Rest 72 weniger die Zahl. Fr. Welches ist dieselbige?

Nimt man die unbekante Zahl $= x$, $12 = b$, $20 = c$, und $72 = a$, so ist die Gleichung:

$$x + b - c = a - x$$

Wird aber $12 = a$, $20 = b$, und $72 = c$ genommen, so ist die Gleichung: $x + a - b = c - x$, welches weder in der Elaboration einen Unterschied verursachet, noch einen Mißstand machet.

§. 500. Bei der Resolution einer reducirten Gleichung in gemeine Zahlen hat man zu merken, daß die Wehrten der Grössen, wie sie zu Anfang bestimt worden (§. 499), oder hernach willkührlich angenommen werden (§. 494), schlechthin nach ihren Zeichen, wie sie nemlich positiv oder negativ sind, zu behandeln seien, folglichen mit denselben weiter keine Rechnung, sondern nur eine Reduction, vorgenommen werden müsse, indeme bei einer negativen Grösse leicht ein Fehler gemacht werden könte, wann man solche nach §. 71 unter + subtrahiren wolte.

§. 501. Zu dem Ende haben sich Anfängere aus dem Vorhergehenden zu erinnern:

a) Daß zusammengesezte Grössen, sie mögen beschaffen sein, wie sie wollen, die würkliche Summe derselben sei (§. 62).

Z. E. $a - b + c + d$ ist eine Summe, und deren Resolution in eine gemeine Zahl, wann $a = 9$, $b = 2$, $c = 4$, und $d = 3$ genommen wird, also:

$$\begin{array}{r} a = 9 \\ -b = -2 \\ \hline 7 \\ c = 4 \\ \hline 11 \\ d = 3 \\ \hline 14 \end{array}$$ Die Summe.

b) Daß, wann Grössen subtrahirt worden, alsdann die Formel den würklichen Rest oder Unterschied andeute (§. 68).

Z. E. Wann von a subtrahirt wird b und d, so ist der würkliche Unterschied: $a - b - d$, und die Resolution, wann $a = 16$, $b = 2$, und $d = 8$ genommen wird, also:

$$\begin{array}{r} a = 16 \\ -b = -2 \\ \hline 14 \\ -d = -8 \\ \hline 6 \end{array}$$ Der Unterschied.

c) Wann

c) Wann Grössen miteinander multiplicirt worden, die Formel würklich das Product sei (§. 77).

Z. E. abd ist ein Product von drei Factoren, und die Resolution, wann $a = 4$, $b = 3$, und $d = 5$, also:

$$\begin{array}{r} a = 4 \\ b = 3 \\ \hline 12 \\ d = 5 \\ \hline 60 \end{array}$$ Das Product.

d) Wann Grössen bruchsweise dividirt worden, alsdann die Formel der würkliche Quotient sei (§. 103).

Z. E. $\frac{ad}{b}$, oder: $\frac{d+a}{b}$, oder: $\frac{d-a}{b}$, sind Quotienten, deren Resolutionen, wann $a = 4$, $b = 2$, und $d = 10$ genommen wird, also sind:

$a = 4$	Oder: $d = 10$	Oder: $d = 10$
$d = 10$	$a = 4$	$-a = -4$
$b = 2)40$	$b = 2)14$	$b = 2)\ 6$
20 Quot.	7 Quot.	3 Quot.

e) So einer Grösse das Wurzelzeichen vorstehet, sothane Formel die Wurzel würklich bedeute (§. 179).

Z. E. $\sqrt{a+b}$ ist die Quadratwurzel aus $a + b$, deren Resolution ist, wann $a = 5$ und $b = 4$ genommen wird:

$$\begin{array}{r} a = 5 \\ b = 4 \\ \hline \end{array}$$
$\sqrt{9}$ ist die Quadratwurzel aus 9, d. i. 3.

§. 502. Wegen der allgemeinen Gleichungen (§. 493 u. f.) ist noch anzumerken, daß solche noch nicht ganz allgemein zu nennen sind, so lange sich eine Bestimmung, d. i. eine gemeine Zahl, dabei befindet.

z. E. Wann bei der Vorgabe §. 493 anstatt $2x$ genommen wird: cx, so ist alsdann die Gleichung ganz allgemein, und ihre Auflösung also:

$$x + a = b - cx$$
$$1 + c)\; x + cx = - a + b$$
$$x = \frac{- a + b}{1 + c}$$

Bildet man sich vor x den Coefficienten 1 ein, so wird der Divisor $1 + c$ begreiflich (s. §. 114).

Nun kan eine allgemeine Resolution z. E. sein:

a, der Rest des ersten Stüks, sei 80, mithin nach der Auflösung . . . . — 80

b, das andere Stük, sei 120, mithin . . . 120

c sei 3, so ist nach der Auflösung der Divisor: 4) 40

10

Also sind dem ersten Stük 10 Ehlen abgeschnitten 80

worden, mithin ware es vorhero lang . . . 90 Ehlen.

Werden von 120 Ehlen dreimahl so viel, nemlich 30 Ehlen, abgeschnitten, so bleiben so viel, als das erste Stük anfänglich gehalten, nemlich 90 Ehlen.

§. 503. Ist aber eine Vorgabe so beschaffen, daß zu einer ganz allgemeinen Auflösung viele Buchstaben erfordert werden, so wird freilich dieselbige weitläuftig und beschwerlich; dahero man in dergleichen Fällen lieber die Multiplicatoren und Coefficienten in gemeinen Zahlen nimt, wie bei nachstehender Vorgabe geschiehet, zu deren ganz allgemeinen Auflösung hier der Plaz zu enge werden würde.

Ein angehender Handelsmann kaufte ein Waarenlager um etliche 1000 Thaler, befande, nach Verlauf eines Jahrs, daß die Handlungs- und Haushaltungsunkosten sich auf tausend Thaler belieffen, und nach Abzug derselben der Profit so groß, als der vierte Theil des Restes sei: bei dem Schluß des zweiten Jahrs, daß nach Abzug abermahl 1000 Thaler Unkosten der Profit $\frac{1}{6}$ des Restes ausmache: und nach Verlauf des dritten Jahrs 1200 Thaler Unkosten gewesen, nach deren Abzug $\frac{1}{8}$ von dem Rest wiederum als Profit zu rechnen sei, mithin $31266\frac{2}{3}$ Thaler wahres Vermögen vorhanden war. Fr. Wie ist das Waarenlager gekauft worden?

Werden

Werden die Thlr. des Kaufpretiums $= x$, 1000 Thlr. $= a$, 1200 Thlr. $= b$ und $31266\frac{2}{3} = c$ genommen, so ist die Auflösung:

$$x - a + \frac{x - a}{4}$$ Das Vermögen nach dem ersten Jahr.

$$\frac{4x - 4a + x - a}{4}$$ Gleichnahmige Resolut. zu einem Scheinbruch (§. 127), u. Reduct.

$$\frac{5x - 5a}{4}$$ Von diesem Vermögen wird nach Verfliessung des 2ten Jahrs a subtrahirt.

$$\frac{5x - 5a}{4} - a$$, oder, nach §. 127, die ganze Grösse vor den Bruch.

$$-a\,\frac{5x - 5a}{4}$$

$$\frac{-4a + 5x - 5a}{4}$$ Gleichnahmige Resolution zu einem Scheinbruch (§. 127), welcher reducirt, und daraus $\frac{1}{6}$ genommen, d. i. mit 6 dividirt (§. 152), und der Quotient darzu addirt wird.

$\frac{6}{1}$ umgew. $\frac{1}{6}$) $$\frac{5x - 9a}{4} + \frac{5x - 9a}{24}$$

Die Addition dieser beiden Brüche geschiehet, Deutlichkeit halber, nach §. 138 also:

$\frac{5x - 9a}{4}$	24 / 6.	$30x - 54a$
$\frac{5x - 9a}{24}$	1.	$5x - 9a$
		$\frac{35x - 63a}{24}$ Das Vermögen nach dem zweiten Jahr.

Von

Von diesem Vermögen des zweiten Jahrs wird nach Verlauf des dritten Jahrs b subtrahirt, und hinwiederum zu dem Rest $\frac{1}{6}$ desselben addirt.

$$\frac{35x - 63a}{24} - b, \text{ umgewandt:}$$

$$-b\ \frac{35x - 63a}{24}$$ Einerleinahmige Resolution, u. nachmahlige Division mit 6 (§.152).

$\frac{6}{1}$ umgew. $\frac{1}{6}$ $$\frac{-24b + 35x - 63a}{24} + \frac{-24b + 35x - 63a}{144}$$

Die Addition dieser beiden Brüche geschiehet abermahl, Deutlichkeit halber, wie vorhin:

$$\frac{-24b + 35x - 63a}{24} \quad 144 \qquad 6.\ -144b + 210x - 378a$$

$$\frac{-24b + 35x - 63a}{144} \qquad 1.\ -\ \ 24b + \ \ 35x - \ \ 63a$$

$$\frac{-168b + 245x - 441a}{144}$$ Vermögen des 3ten Jahrs, welches $= c$ sein muß.

$$\frac{-168b + 245x - 441a}{144} = c$$ Mit 144 gegrössert.

$$-168b + 245x - 441a = 144c$$ Absonderung (§. 489).

$$245)\ 245x = 144c + 168b + 441c$$

$$x = \frac{144c + 168b + 441c}{245}$$

Resolution:

Vermög der Wehrten, so den Buchstaben Anfangs zugeeignet worden (§. 493), ist

$a = 1000$, mithin $441a = 441000$
$b = 1200$, und also $168b = 201600$
$c = 31266\frac{2}{3}$, folglich $144c = 4502400$

245) 5145000 | 21000 Thlr. war das Kaufpretium.
490
245000
245000

Nimt

Nimt man nach der Allgemeinheit (§. 494) z. E. die Unkosten des ersten Jahrs 800 Thlr. des zweiten Jahrs wiederum 800 Thlr. und des dritten Jahrs 1000 Thlr. und das endliche Vermögen 10000 Thlr. so wird die Anlage wie vorhin gefunden:

$a = 800$, mithin $441a = 352800$
$b = 1000$, und also $168b = 168000$
$c = 10000$, folglich $144c = 1440000$

245) 1960800 | $8003\frac{13}{49}$ Thlr.
1960
800
735
$\frac{65}{245}$, oder $\frac{13}{49}$.

Probe: $8003\frac{13}{49}$
— 800
4) $7203\frac{13}{49}$
$1800\frac{40}{49}$
$9004\frac{4}{49}$
— 800
6) $8204\frac{4}{49}$
$1367\frac{102}{294}$
$9571\frac{126}{294}$
— 1000
6) $8571\frac{126}{294}$
$1428\frac{1008}{1764}$
10000 Thlr. das endliche Vermögen.

Da übrigens die Gleichungen in Einfache, Quadratische, Cubische und Biquadratische (dann weiter hat es der menschliche Verstand bis hieher noch nicht bringen können,) eingetheilet werden, so folgen solche nunmehro auch in sothaner Ordnung, wobei jederzeit die Formirung der Gleichungen und ihre Reductionen (§. 495 u. f.) auf das Deutlichste gezeiget werden sollen.

Von

Von den

einfachen Gleichungen.

§. 504.

Einfache oder gemeine Gleichungen nennet man, bei welchen die unbekante Grösse x (§.488) im ersten Grad (§. 53 b) ein= oder auch etlichemahl vorkomt, und deswegen auch Gleichungen vom ersten Grad heissen.

§. 505. Kommen ungleichnahmige unbekante Grössen vor, so müssen so viele Gleichungen angestellet werden, als derselben sind, und werden bestimte Vorgaben genennet, weil ihnen unbestimte Vorgaben entgegen stehen, die am Ende der Gleichungen vorkommen werden.

§. 506. Solchemnach folgen:

I. Vorgaben, welche einerleinahmige unbekante Grössen enthalten, mithin dabei nur eine Gleichung erfordert wird.

Mit einem Centner und 8 fl. wurden 67 fl. bezahlt. Fr. Wie ist der Centner gerechnet worden?

Der unbekante Preis des Centners sei $= x$, 8 fl. $= a$, und 67 fl. $= b$, so ist die Gleichung:

$$\frac{x + a = b}{x = b - a}$$

Resolution: $b = 67$ fl.

$$\frac{-a = -8}{59 = x}$$, mithin der Preis vom Centner.

Nota I. Diese Vorgabe, wie auch noch verschiedene der Folgenden, bedürffen zwar keiner algebraischen

Gleichungen; um aber Anfängern einen recht deutlichen Begrif davon zu machen, hat man mit dergleichen leichten Exempeln den Anfang zu machen für nöthig erachtet.

Item: Eine Einnahme bestunde in etlichen fl, und wiederum in 5 fl, und die Ausgabe in 3 fl; wäre der Rest noch 4 fl. mehr gewesen, so hätte die Einnahme 16 fl. betragen. Fr. Wie viel waren der etlichen Gulden?

Die etliche Gulden Einnahme seien $= x$, 5 fl $= a$, 3 fl $= b$, 4 fl $= c$, und 16 fl $= d$, so ist die Gleichung:

$$\frac{x + a - b + c = d}{x = d - a + b - c}$$ Absonderung (§. 489 u. f.).

Resolution: $d = 16$ fl.
$$\begin{array}{r} -a = -5 \\ \hline 11 \\ b = 3 \\ \hline 14 \\ -c = -4 \\ \hline 10 = x \end{array}$$
das sind die etliche Gulden.

Nota II. Da der Buchstaben Allgemeinheit (§. 12 u. f.) die vornehmste Eigenschaft der Algebra ist, vermöge welcher über eine Auflösung allerlei beliebige ähnliche Vorgaben componirt werden können (§. 494), so wird man in Zukunft, so viel der Raum zulässet, hierzu eine Anleitung geben, und somit in Formirung der Gleichungen und deren Reductionen (§. 489) denen Lernenden eine Uebung veranlassen.

1) Von 10 und noch etlichen Gulden wurden 5 Gulden weggegeben, zum Rest wieder 8 Gulden geleget, und alsdann 24 Gulden erhalten. Fr. Wie viel waren der etlichen Gulden? Antw. 11 Gulden.

Die etliche Gulden seien $= x$, 10 fl $= a$, 5 fl $= b$, 8 fl $= c$, und der andere Theil 24 fl $= d$.

2) Aus

2) Aus einem Kistlein wurden 12 tb. genommen, und wieder 15 tb. darzu gethan; legte man noch 8 tb. darzu, so würden 50 tb. darinnen sein. Fr. Wie viel tb. waren anfänglich in dem Kistlein? Antw. 39 tb.

Die unbekante tb. im Kistlein seien x, 12 tb $= a$, 15 tb $= b$, 8 tb $= c$, und der andere Theil 50 tb $= d$.

§. 507. Sol vermög einer Vorgabe eine bekante Grösse multiplicirt werden, so bezeichnet man die Factoren gewöhnlich mit Buchstaben, und merket nur dabei, daß gleichen Zahlen oder Grössen, sie mögen aus Factoren oder ganzen Gliedern bestehen, gleiche Buchstaben zugeeignet werden müssen (§. 36).

Z. E. Zu 20 Stük Geld legte man den Betrag von 16 Ehlen à $1\frac{1}{4}$ fl, und thäte abermahl darzu 6 fl, so hatte man 74 fl. Fr. Was war der Wehrt der 20 Stük?

74 fl. seien $= a$, 16 Ehlen $= b$, $1\frac{1}{4}$ fl $= c$, 6 fl $= d$, und der Betrag von 20 Stük Geld $= x$, so ist die Auflösung:

$$\frac{x + cb + d = a}{x = a - cb - d}$$

Resolution:
$$\begin{array}{rr} a = & 74 \\ -cb = & -20 \\ \hline & 54 \\ -d = & -6 \\ \hline & 48 \end{array}$$
48 fl. war der Wehrt.

3) Man verkaufte 36 Ehlen Tuch, und that zu dem Betrag 4 fl. nahm alsdann so viel davon, als 8 tb. à 24 kr. kosteten, mithin blieben $11\frac{4}{5}$ fl. übrig. Fr. Was war der Betrag der 36 Ehlen Tuch? Antw. 11 fl.

Der Betrag sei $= x$, 4 fl $= a$, 8 tb $= b$, 24 kr. $= c$, und $11\frac{4}{5}$ fl $= d$.

4) Von einer Anzahl Gulden wurde der Betrag von 40 Ehlen à 40 kr. (s. §. 39) genommen, und $3\frac{2}{3}$ fl. wieder darzu gethan, so waren 11 fl. übrig. Fr. Wie viel war des Geldes? Antw. 34 fl.

40 Ehlen seien $= a$, $\frac{2}{3}$ fl $= b$, $3\frac{2}{3}$ fl $= c$, 11 fl $= d$, und des Geldes $= x$.

Item: 20 ℔ wurden zu 1 fl. 15 kr. d. i. $1\frac{1}{4}$ fl. (§. 40), verkauft, und das Geld zu dem Betrag von 100 ℔. einer andern Waar geleget: von dieser Summe thate man den Wehrt von 20 Ducaten à 5 fl. weniger $3\frac{1}{2}$ fl. so war der Rest gleich 220 fl. weniger den Betrag von 20 Ehlen à $1\frac{1}{8}$ fl. weniger $\frac{1}{2}$ fl. Fr. Was war der Betrag von den 100 fl?

Der unbekante Betrag von 100 ℔. sei $= x$, 20 ℔ $= a$, $1\frac{1}{4}$ fl $= b$, mithin das Product von $1\frac{1}{4} \times 20 = ab$, 5 fl $= c$, folglichen das Product von $5 \times 20 = ac$, $3\frac{1}{2}$ fl $= d$, 220 fl $= e$, $1\frac{1}{8}$ fl $= f$, mithin das Product von $1\frac{1}{8} \times 20 = af$, und $\frac{1}{2}$ fl $= g$, so ist die Gleichung:

$$x + ab - ac + d = e - af + g$$

$$x = e - af + g - ab + ac - d$$

Hier ereignete sich der Fall, daß zwo negative, d. s. mangelnde Grössen, nemlich $-d$ und $-g$, subtrahirt werden musten (§. 71).

Resolution:

$e = 220$ fl.

$-af$, d. i. $20 \times 1\frac{1}{8} = -22\frac{1}{2}$

$197\frac{1}{2}$

$g = \frac{1}{2}$

198

$-ab$, d. i. $20 \times 1\frac{1}{4} = -25$

173

ac, d. i. 20×5 100

273

$-d = -3\frac{1}{2}$

$269\frac{1}{2} = x$, d. i. der unbekante Betrag von 100 ℔.

Probe:

Probe: $269\frac{1}{2}$ der Betrag von 100 ℔.
25 fl. für 20 ℔. à $1\frac{1}{4}$ fl.

$294\frac{1}{2}$

Hiervon 20 Ducaten à 5 fl.
weniger $3\frac{1}{2}$. $96\frac{1}{2}$

198 ist = 220 fl.

weniger 20 Ehlen à $1\frac{1}{8}$ fl.
weniger $\frac{1}{2}$ fl. 22

198

§. 508. Wegen der vielen Buchstaben aber (§. 503) thut man besser, wann die Multiplicatoren, womit gleiche oder auch ungleiche Grössen multiplicirt werden sollen, als Coefficienten genommen werden (§. 37), welches der Allgemeinheit (§. 502) nicht entgegen ist.

Z. E. Zu einer vorhandenen Losung wurde der Betrag von 24 ℔. à 2 fl. gethan, und wiederum 8 fl. davon genommen: wäre nicht ferner das Geld für 8 Ehlen Tuch à 3 fl. und noch $15\frac{1}{2}$ fl. davon gethan worden, so hätte die Losungscasse in 350 fl. bestanden. Fr. Wie viel war erst Geld vorhanden?

Die vorhandene Losung sei $= x$, 24 ℔ $= a$, 8 fl $= b$, 350 fl $= c$, 8 Ehlen $= d$, und $15\frac{1}{2}$ fl $= e$, so ist die Gleichung:

$$x + 2a - b = c - 3d - e$$

$$x = c - 3d - e - 2a + b$$

Resolution: $c = 350$ fl.

$-3d = -24$

326

$-e = -15\frac{1}{2}$

$310\frac{1}{2}$

$-2a = -48$

$262\frac{1}{2}$

$b = 8$

$270\frac{1}{2}$ fl $= x$, d. i. die vorhandene Losung.

Probe: $270\frac{1}{2}$ fl. vorhandene Losung.

$$
\begin{array}{r}
24 \text{ ℔ à } 2 \text{ fl} = 48 \\
\hline
318\tfrac{1}{2} \\
-8 \\
\hline
310\tfrac{1}{2} = 350 \text{ fl.} \\
-8 \text{ Ehlen à } 3 \text{ fl} = -24 \\
\hline
326 \\
-15\tfrac{1}{2} \\
\hline
310\tfrac{1}{2}
\end{array}
$$

Nach der Allgemeinheit sei $a = 9\frac{1}{2}$ mit 5 multiplicirt, $b = 10\frac{1}{2}$ mit 8 multiplicirt, sodann $c = 500$, $d = 14$, und $e = 11$, so ist nach voriger Reduction $x = c - d - e - 5a + 8b$, und die

Resolution:

$$
\begin{array}{r}
c = 500 \\
-d = -14 \\
\hline
486 \\
-e = -11 \\
\hline
475 \\
-5a = -47\tfrac{1}{2} \\
\hline
427\tfrac{1}{2} \\
8b = 82 \\
\hline
509\tfrac{1}{2} \text{ fl. die vorhandene Losung.}
\end{array}
$$

Probe:

$$
\begin{array}{r}
5 \times 9\tfrac{1}{2} = 47\tfrac{1}{2} \text{ fl. hinzugethan.} \\
\hline
557 \\
-8 \times 10\tfrac{1}{2} = -82 \\
\hline
475 = 500 \\
-14 \\
\hline
486 \\
-11 \\
\hline
475
\end{array}
$$

Nota. Bei sothaner Allgemeinheit ist die Aehnlichkeit (§. 494) wohl zu beobachten, also, daß, wann bei der Gleichungsreduction (§. 489) gleiche Buchstaben reduciret worden (§. 58. 60), und also ein oder etliche Glieder weniger zur Resolution gekommen, solches bei der ähnlichen Vorgabe auch geschehen müsse.

Z. E.

Z. E. Zu einer Losung wurde gethan: $2a - b$, so war sie gleich $c + 4a - d$, welche Gleichung also reducirt wird:

$$\frac{\frac{x + 2a - b = c + 4a - d}{x = c + 4a - d - 2a + b}}{x = c + 2a - d + b}$$ Reduc.

Eine ähnliche Vorgabe sei nun z. E.

$$x + 3\tfrac{1}{2}a - 2b = c + 6a - 5d$$

so ist nach voriger Reduction und Auflösung:

$$x = c + 2\tfrac{1}{2}a - 5d + 2b$$

dann $6a - 3\tfrac{1}{2}a$ ist reducirt $= 2\tfrac{1}{2}a$.

Wäre nun nach der componirten ähnlichen Vorgabe $c = 60$, $a = 8$, $d = 5$, und $b = 3$, so würde die Resolution sein:

$c = 60$	Probe: $x = 61$
$2\tfrac{1}{2}a = 20$	$3\tfrac{1}{2}a = 28$
80	89
$-5d = -25$	$-2b = -6$
55	$83 = 60$
$2b = 6$	$6a = 48$
$61 = x$	108
	$-5d = -25$
	83

§. 509. **Werden aber anstatt der Factoren sogleich die Producten derselben genommen, und mit** Buchstaben bezeichnet, so ist solches der allerkürzeste Weeg zur Auflösung, wobei es sich von selbsten verstehet, daß es nur die bekante, nicht aber die unbekante Zahlen, z. E. $9x$, $5x$ u. s. f. betreffen könne, als wobei noch keine Producten statt finden.

Z. E. Nach vorstehender Vorgabe (§. 508) ist die unbekante Losung $= x$, der Betrag von 24 ℔. zu 2 fl. $=$ 48 fl., welche a heissen können: 8 fl. seien alsdann $= b$, der Betrag von 8 Ehlen zu 3 fl. ist $=$ 24 fl., und kan sein $= c$, $15\tfrac{1}{2}$ fl. $= d$, und 350 fl. $= e$.

Die Gleichungsformel ist nun nach den Gliedern, wie sie aufeinander folgen:

$$\frac{x + a - b = - c - d + e}{x = - c - d + e - a + b}$$

Resolution: $-c = -24$ fl.
$-d = -15\frac{1}{2}$
$-39\frac{1}{2}$ (s. §. 500).
$e = 350$
$310\frac{1}{2}$; dann $350 - 39\frac{1}{2}$ giebt $310\frac{1}{2}$.
$-a = -48$
$262\frac{1}{2}$
$b = 8$
$270\frac{1}{2} = x$, als die unbekante Losung.
Die Probe ist §. 508.

5) Zu einer Parthie Waare wurden 3mahl 9 weniger 8 ℔. gethan, so hatte man 150 weniger 3mahl 4 und 15 ℔. Fr. Wie viel ℔. war die Parthie? Antw. 104 ℔.

Die ℔. der Parthie seien $= x$, 3mahl 9 ℔ $= a$, 8 ℔ $= b$, 150 ℔ $= c$, 3mahl 4 ℔ $= d$, und 15 ℔ $= e$.

6) Wie viel wären der Gulden, welche, wann man 5 darzu, und hingegen wieder 6 davon thäte, 300 würden, weniger 3mahl 5 und 16. Antw. 270 fl.

Die unbekante fl. seien $= x$, 5 fl $= a$, 6 fl $= b$, 300 fl $= c$, 3mahl 5 fl $= d$, und 16 fl $= e$.

§. 510. Hat man von der Absonderung der bekanten und unbekanten Grössen (§. 489 u. f.) die richtige Begriffen, so kan sich nunmehro desfals nicht der geringste Anstand ereignen, es mögen dieselbige ein- oder anderseits der Gleichung durcheinander gemischt werden, wie sie wollen.

Z. E. Einer hatte zu zahlen $46\frac{1}{2}$ fl, und gab 3 Carolinen zu 11 fl, und eine Tabattiere, im Preiß, daß er einen Conventionsthaler à $2\frac{2}{5}$ fl. wieder heraus bekam. Fr. Wie hoch war dieselbe angeschlagen?

$46\frac{1}{2}$ fl. sei $= a$, 3 Carolinen $= b$, die Tabattiere $= x$, und der Conventionsthaler $= c$, so ist die Gleichung:

$$\frac{a = b + x - c}{-x = b - c - a}$$

Resolution: $b = 33$ fl.

$$\begin{array}{rl} -c = & -2\frac{2}{5} \\ \hline & 30\frac{3}{5} \\ -a = & -46\frac{1}{2} \\ \hline & -15\frac{9}{10} = -x \end{array}$$

Hätte man bei der Gleichung x auf seiner Stelle gelassen (§. 497), so wäre es positiv geblieben, also:

$$\frac{a = b + x - c}{a - b + c = x}$$

Resolution: $a = 46\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{rl} -b = & -33 \\ \hline & 13\frac{1}{2} \\ c = & 2\frac{2}{5} \\ \hline & 15\frac{9}{10} = x, \end{array}$$ also ist der Wehrt von $x = 15\frac{9}{10}$ fl.

Wolte man aber nach der Reduction x gerne auf den ersten Theil der Gleichung haben (§. 497), so darf man solche nur umkehren (§. 498), also:

$$x = a - b + c$$

7) 18 Carolinen zu 11 fl. Conventionsthaler zu $2\frac{2}{5}$ fl. und 10 Ehlen Zeug à $\frac{3}{5}$ fl. sollen 300 fl. machen, wie viel waren der Conventionsthaler? Antw. 40 Stük.

Die Conventionsthaler seien $= x$, 18 Carolinen $= a$, 10 Ehlen $= b$, und 300 fl $= c$.

8) Zween troquiren, A giebt 300 Ehlen Zeug zu $1\frac{1}{5}$ fl. und B ein Stük Wein, und noch 6 Conventionsthaler zu $2\frac{2}{5}$ fl. nach dem Accord aber 4 fl. zu viel. Fr. Wie hoch war das Stük Wein nach dem Accord angeschlagen? Antw. $349\frac{3}{5}$ fl.

300 Ehlen seien $= a$, sodann der unbekante Wehrt vom Wein $= x$, 6 Conventionsthaler $= b$, und 4 fl $= c$.

§. 511. Komt bei einer Gleichung eine negative unbekante Grösse vor, so wird dieselbige unter verkehrtem Zeichen positiv gemacht (§. 497), und im übrigen die Absonderung wie vorhin verrichtet.

Z. E. Von $50\frac{1}{4}$ fl. wurden $4\frac{1}{2}$ fl. und noch etliche Gulden gethan, so hatte man $26\frac{1}{8}$ fl. übrig. Fr. Wie viel waren der etlichen Gulden?

$50\frac{1}{4}$ fl. seien $= a$, $4\frac{1}{2}$ fl $= b$, die etliche Gulden $= x$, und $26\frac{1}{8}$ fl $= c$.

$$\frac{a - b - x = c}{a - b - c = x}$$

Resolution: $a = 50\frac{1}{4}$ fl.

$$\begin{array}{rl} -b = & -4\frac{1}{2} \\ \hline & 45\frac{3}{4} \\ -c = & -26\frac{1}{8} \\ \hline & 19\frac{5}{8} = x, \text{ oder die etliche Gulden.} \end{array}$$

9) Von 100 fl. wurden etliche Goldstüke, und 16 fl. an Münz, weggegeben, und blieben übrig 59 fl. Fr. Was war der Wehrt von den Goldstüken? Antw. 25 fl.

Wird nach obiger Gleichung $a = 100$, etliche Goldstüke $= x$, $b = 16$, und $c = 59$ fl. genommen, so ist die Auflösung: $a - b - c = x$.

10) Von

10) Von $154\frac{5}{8}$ ℔. wurden $26\frac{1}{4}$ ℔. ausgewogen, und zu einer andern Zeit abermahl etwas weggethan, und zu notiren vergessen, da dann noch 100 ℔. vorhanden waren. Fr. Wie viel ℔. waren nicht notirt? Antw. $28\frac{3}{8}$ ℔.

$154\frac{5}{8}$ ℔. seien $= a$, $26\frac{1}{4}$ ℔ $= b$, die vergessene ℔ $= x$, sodann 100 ℔ $= c$.

§. 512. Kommen auf einen oder den andern Theil der Gleichung verschiedene positive oder negative unbekante oder bekante Glieder, so werden solche vor allen Dingen addirt oder reducirt (§. 58. 60), und alsdann die Reduction gewöhnlich verrichtet.

Z. E. In zwei Faß, N° I. und II. waren 245 ℔, und zwar in N° I, 15 ℔. mehr, als in N° II. Fr. Wie viel war in jedem Faß?

Die ℔. in N° I. seien $= x$, mithin in N° II. $= x$ weniger 15 ℔. welche $= b$, und 245 ℔ $= a$ heissen können.

$$x + x - b = a$$

$$2x - b = a$$

$$2)\ 2x = a + b$$

$$x = \frac{a + b}{2}$$

Resolution:

$a = 245$ ℔.
$b = 15$

2) 260

130 ℔. in N° I.
$-$ 15

115 ℔. in N° II.

Oder:

Oder: Es solte in N°. I. weniger, als in N°. II. sein, so müste die Gleichung also formiret werden:

$$x + x + b = a$$
$$2x + b = a$$
$$2)\ 2x = a - b$$
$$x = \frac{a - b}{2}$$

Resolution: $a = 245$
$-b = -15$
2) 230
115 ℔. in N°. I.
15
130 ℔. in N°. II.

11) Von einer Waar hatte man einen Theil weggegeben, und 10 Centner weniger übrig behalten, als weggegeben worden; weil nun der Waare 37 Ctr. gewesen, so ist die Frage, wie viel weggegeben worden? Antw. $23\frac{1}{2}$ Ctr. mithin waren $13\frac{1}{2}$ Ctr. übrig.

Der eine Theil der Ctr. sei $= x$, der andere Theil ebenfals $= x$ weniger 10 Ctr. welche $= a$, und 37 Ctr. $= b$ bezeichnet werden können.

12) 2560 fl. sollen also getheilet werden, daß auf einen Theil 160 fl. mehr, als auf den andern Theil kommen. Frage: Wie sind beide Theile beschaffen? Antw. Der eine Theil ist 1360 fl. und der andere Theil 1200 fl.

Der eine Theil sei $= x$, der andere $= x - 160$ fl. welche $= b$, und 2560 fl. $= a$ sein können.

Item: A, B, C, sollen sich in 400 Thaler also theilen, daß A $16\frac{1}{2}$ Thlr. weniger, als B, und dieser wieder $12\frac{3}{4}$ Thlr. weniger, als C, erhalten solte. Fr. Wie viel wird einem jeden zu Theil werden?

Nennet

Nennet man eines jeden Antheil $= x$, $16\frac{1}{2}$ Thaler $= a$, $12\frac{3}{4}$ Thlr. $= b$, und die Summe $= c$, und schliesset vom C auf B, und hiervon auf A, so ist die Gleichung:

$$\begin{array}{l} \quad C \quad\; B \qquad\; A \\ x + x - b + x - b - a = c \\ \hline 3x = c + b + b + a \end{array}$$

dann B hat b weniger als C, und A hat a weniger als B.

Oder: $x + x - b + x - b - a = c$

$$3x - 2b - a = c$$

$$3)\ 3x = c + 2b + a$$

$$x = \frac{c + 2b + a}{3}$$

Resolution: $c = 400$ Thlr.

$2b = 25\frac{1}{2}$

$425\frac{1}{2}$

$a = 16\frac{1}{2}$

$3)\ 442$

$147\frac{1}{3}$ ist $= x$, d. i. der gröste Antheil für C.

$-\ 12\frac{3}{4}$

$134\frac{7}{12}$ für B.

$-\ 16\frac{1}{2}$

$118\frac{1}{12}$ für A.

Nach der Allgemeinheit seien z. E. A, B, C, drei Faß Wein, zusammen 3 Ohm, das sind 240 Maas, haltend, also, daß in B $4\frac{1}{2}$ Maas weniger, als in C, und in A 5 Maas weniger, als in B. Fr. Wie viel in jedem Faß sei?

Da nun vermög obiger Gleichung hier 240 Maas $= c$, $4\frac{1}{2}$ Maas $= b$, und 5 Maas $= a$, so ist nach gegenwärtigem Wehrt der Buchstaben die

Resolution: $c = 240$ Maas.

$2b = 9$

$a = 5$

$3)\ 254$

$84\frac{2}{3} = x$, das sind die Maas in C.

$-\ 4\frac{1}{2}$

$80\frac{1}{6}$ Maas in B.

$-\ 5$

$75\frac{1}{6}$ Maas in A.

§. 513.

§. 513. Da diese Art Vorgaben auf mancherlei Weise und öfters so verwirrt gegeben werden, daß eine Gleichung ohnmöglich sogleich formiret werden kan; so darf man nur die gegebene Buchstaben, oder Numern, untereinander sezen, die Verhältnisse, welche sie gegeneinander haben, beisezen, und alsdann die Gleichungen darnach formiren, auf welche Weise alle in die sogenannte Regel falsi gehörige Vorgaben viel leichter, der Allgemeinheit (§. 494) zu geschweigen, aufgelöset werden können.

Z. E. A, B, C, D, haben 1000 fl. zu theilen, dergestalten, daß B 10 fl. mehr als C, dieser 24 fl. mehr als D, und dieser 32 fl. mehr als A haben sol. Fr. Wie viel gebühret einem jeden?

A	erhält	x fl.
B	=	x
C	=	x
D	=	x

Sind also denen Buchstaben erstlich gleiche Theile, nemlich x fl, gegeben worden, so kan alsdann nach Masgab der Vorgabe, sie mag so verwirrt sein, als sie immer wolle, einem jeden Buchstaben gehörig hinzu- oder weggethan werden.

Dann wann hier B 10 fl. mehr als C, und dieser 24 fl. mehr als D, und dieser 32 fl. mehr als A, haben sol, und man nennet 10 fl $= a$, 24 fl $= b$, und 32 fl $= c$, so werden diese Posten also hinzugethan:

A x
B $x + c + b + a$
C $x + c + b$
D $x + c$

Worauf die Gleichung, wann 1000 fl $= d$ genommen werden, also formiret und reduciret wird:

$$x + x + c + b + a + x + c + b + x + c = d$$

Man hat aber diese Weitläuftigkeit nicht nöthig, sondern kan nach obigem Aufsaz die Glieder gleich zusammen ziehen (§. 512):

$$4x + 3c + 2b + a = d$$

$$4)\ 4x = d - 3c - 2b - a$$

$$x = \frac{d - 3c - 2b - a}{4}$$

Resolution: $d = 1000$ fl.

$$\begin{array}{rr} -3c = & -96 \\ \hline & 904 \\ -2b = & -48 \\ \hline & 856 \\ -a = & -10 \\ \hline & 4)\,846 \\ \hline \end{array}$$

$211\frac{1}{2} = x$, welches des A Antheil ist.
$+32$
$243\frac{1}{2}$ des D Antheil.
$+24$
$267\frac{1}{2}$ des C Antheil.
$+10$
$277\frac{1}{2}$ des B Antheil.

Probe: A $211\frac{1}{2}$ fl.
B $277\frac{1}{2}$
C $267\frac{1}{2}$
D $243\frac{1}{2}$
1000

13) Einer kaufte 4 Stük Wein um 968 Rthlr. und achtete N° II. um 36 Rthlr. besser als N° III. dieses Stük um 30 Rthlr. besser als N° IV. und dieses Faß um 24 Rthlr. besser als N° I. Fr. Wie hoch kam also ein jedes Stük? Antw. N° I, 200 Rthlr. mithin N° IV, 224 Rthlr. N° III, 254, und N° II, 290 Rthlr.

Werden für jedes Faß erstlich x Rthlr. sodann $c = 24$ Rthlr. $b = 30$ Rthlr. $a = 36$ Rthlr. und $d = 968$ Rthlr. genommen, so hat man die vorige Gleichung.

14) Eine Parthie Waar wurde also sortiret, daß man alsdann das ℔. von N° II. um 6 kr. theurer als von N° III. das ℔. von dieser 4 kr. theurer als von N° IV. von dieser $2\frac{1}{2}$ kr. theurer als von N° I. verkaufte, mithin

mithin für 4 ℔. 1 fl. $57\frac{1}{2}$ kr. lösete. Fr. Wie theuer ist jedes ℔. verkauft worden? Antw. N°. IV. $26\frac{1}{2}$ kr. N°. III. $30\frac{1}{2}$ kr. N°. II. $36\frac{1}{2}$ kr. und N°. I. 24 kr.

Die Gleichung ist eben, wie vorhin.

§. 514. Nach dieser Anweisung, da nach Masgab einer Vorgabe die Numern oder Buchstaben erst untereinander gesezet, und denselben gleiche Wehrte oder Theile von x zugeeignet werden (§. 513), können die vorgegebene Verhältnisse ganz leicht reguliret werden, wann man nur auf die Erzählung wohl Achtung giebt, von welcher Grösse auf die andere geschlossen werden sol.

Z. E. A, B, C und D hatten 30000 fl. also zusammen geschossen, daß D 500 fl. weniger als A, dieser noch einmahl so viel als C, und dieser 300 fl. weniger als B gegeben. Fr. Wie viel war eines jeden Zuschuß?

A x, noch einmahl so viel als C, giebt: $2x$
B x
C x, 300 fl. weniger als B, giebt: $x - 300$ fl.
D x, 500 fl. weniger als A, giebt: $x - 500$

Es befinden sich aber die Posten noch nicht in dem verlangten Verhältnis, indeme A noch einmahl so viel als C, mithin $2x - 300$ fl $- 300$ fl. und D 500 fl. weniger als A, folglichen $2x - 300$ fl $- 300$ fl $- 500$ fl. haben muß, dahero die Posten also stehen müssen:

A $2x - 300 - 300$
B x
C $x - 300$
D $2x - 300 - 300 - 500$ fl.

Nennet man nun $300 = a$, $500 = b$, und 30000 fl $= c$, so hat man die Gleichung nach der Allgemeinheit:

Reduc. $2x - 2a + x + x - a + 2x - 2a - b = c$

Absonder. $6x - 5a - b = c$

6) $6x = c + 5a + b$

$$x = \frac{c + 5a + b}{6}$$

Resolu-

Resolution:

$c = 30000$ fl.	Also ist des A	Zuschuß:		$10066\frac{2}{3}$
$5a = 1500$		B		$5333\frac{1}{3}$
$b = 500$		C		$5033\frac{1}{3}$
6) 32000		D		$9566\frac{2}{3}$
$5333\frac{1}{3} = x$ für B.				30000 fl.

15) Vier Faß Wein, N°. I. II. III. IV. halten zusammen 18 Ohm, also: N°. IV, 8 Viertel weniger als N°. I. dieses Faß noch einmahl so viel als N°. III. und dieses $12\frac{1}{2}$ Viertel weniger als II. Fr. Wie viel hält jedes? Antw. N°. II, $71\frac{9}{12}$ Viertel, N°. III, $59\frac{3}{12}$ Viertel, N°. I, $118\frac{6}{12}$, und N°. IV, $110\frac{6}{12}$ Viertel.

Nach der Allgemeinheit ist hier $c = 18$ Ohm, oder 360 Viertel, $a = 12\frac{1}{2}$, mithin $5a = 62\frac{1}{2}$ Viertel, und $b = 8$ Viertel.

16) Ein Reisender nahm für sich und seine Bedienten im Gasthaus die Zimmer N°. V. VI. VII. VIII. ein, und muste dafür auf etliche Tage 6 fl. 12 Bazen bezahlen. Auf die Frage: Wie ein jedes gerechnet wäre? sagte der Wirth: N°. VIII. gilt 8 Baz. weniger als N°. V. und dieses Zimmer noch einmahl so viel als N°. VII. dieses aber 5 Baz. weniger als N°. VI. Fr. Wie ist jedes gerechnet worden? Antw. N°. VI, $22\frac{1}{2}$ Baz. N°. VII, $17\frac{1}{2}$ Baz. N°. V, 35 Baz. und N°. VIII, 27 Baz.

Nach der Allgemeinheit ist hier $c = 102$ Baz. d. i. 6 fl. 12 Baz. $a = 5$, mithin $5a = 25$, und $b = 8$.

Item: Ein Handelsmann gab einem seiner Diener Befehl, 3440 ℔. gegenwärtigen vier Fuhrleuten also verladen zu lassen, daß Abraham 100 ℔. weniger als David, Caspar 100 ℔. mehr als David, und Balthasar noch einmahl so viel als David und Abraham zusammen bekämen, haben solte. Fr. Wie viel ist jedem zu theil worden?

David	x
Abraham	$x - 100$ ℔.
Caspar	$x + 100$ ℔.
Balthasar	$2x + 2x - 200$ ℔.

Werden die Hunderte $= a$ und $3440 = b$ genommen, so hat man die Gleichung:

Red. $x + x - a + x + a + 2x + 2x - 2a = b$

$7x - 3a + a = b$

$7)\ 7x - 2a = b$

$x = \frac{b + 2a}{7}$.

Resolution:

$b = 3440$

$2a = 200$

$7)\ 3640$

$520 = x$, mithin so viel ℔. für D.

$- 100$

420 für A.

520

100

620 für C.

	420
	520
	940
	2
für B.	1880

Probe:

A	420
B	1880
C	620
D	520
	3440

17) In einer Fabrique solten auf eine gesezte Zeit 10000 Ehlen Schnür verfertiget werden, welche auf 4 Stühle, weil sie nicht zugleich anfangen konten, also vertheilet werden musten, daß N°. I. eine gewisse Anzahl Ehlen weniger als N°. IV. und N°. III. hingegen eben so viel Ehlen mehr als N°. IV. N°. II. aber noch einmahl so viel als N°. I. und IV. zusammen, zu machen bekam. Fr. Wie viel Ehlen sind auf einen Stuhl gerechnet worden?

Weil die Ehlen, so auf einen Stuhl mehr oder weniger gegeben worden, nicht bestimt sind, so kan der Wehrt von a willkührlich genommen werden. Z. E. Nimt man $2a = 500$, so komt nach der vorigen Gleichung $x = 1500$, als für N° IV. mithin für N°. I, 1250, für N°. II, 5500, und für N°. III, 1750.

18) Ein

18) Ein Weinhändler gab seinem Bendermeister Ordre, ein Faß von 7 Ohm, das sind 560 Maas, von viererlei Wein zu füllen, also, daß von N°. V. etliche Maas weniger als von N°. VIII. und von N°. VII. eben so viel mehr als von N°. VIII. von N°. VI. aber noch einmahl so viel als von N°. V. und N°. VIII. genommen werden solte. Fr. Wie viel hat aus jedem Faß genommen werden müssen? Antw. Weil kein Theil bestimt ist, worauf sich die Uebrige beziehen können, so ist die Auflösung willkührlich.

Z. E. Wann die etliche Maas für 56, und also $= a$ genommen werden; so ist nach voriger Gleichung die

Resolution: $b = 560$ Maas.
$2a = 112$
7) 672
$96 = x$, und also von N°. VIII.
mithin 40 von N°. V, dann $96 - 56$ ist $= 40$.
152 " " VII.
272 " " VI.
Probe: 560 Maas.

Item: Fünf Erben sollen eine Erbschaft von 30650 fl. also theilen, daß B noch einmahl so viel als A, und noch 200 fl. mehr, C so viel als A und B, weniger 100 fl. D so viel als B und C, und noch 150 fl. und endlich E so viel als A und C, weniger 200 fl. bekommen sol. Fr. Wie viel wird auf jeden Erbtheil kommen?

			Reducirt:	
A	x		A	x
B	$x + x + 200$ fl.		B	$2x + 200$
C	$x + 2x + 200 - 100$		C	$3x + 100$
D	$x + 4x + 400 - 100 + 150$		D	$5x + 450$
E	$x + 3x + 200 - 100 - 200$		E	$4x - 100$
				$15x + 750 - 100$

Nun ist die Gleichung:

$$15x + 750 - 100 = 30650$$

$$15x = 30650 - 750 + 100$$

$$15)\ 15x = 30000$$

$$x = \frac{30000}{15}$$

Resolution:

$$15)\ 30000$$

2000 = x,	also bekomt A	2000 fl.
2000		
200		
4200	: : : B	4200
2000		
6200		
— 100		
6100	: : : C	6100
4200		
150		
10450	: : : D	10450
A 2000		
C 6100		
8100		
— 200		
7900	: : : E	7900
	Probe:	30650 fl.

Nimt man 100 = a, 150 = b, und die zu theilende Summe = c, so hat man eine allgemeine Auflösung zu allen möglichst ähnlichen Vorgaben (§. 494).

19) Ein Officier bekam zu einer Attaque Dragoner, Husaren, Grenadieren und Musquetieren: der Musquetieren waren so viel als Dragoner, Husaren, und Grenadieren, weniger 40 Mann: der Husaren 20 Mann mehr als Dragoner, und der Grenadieren so

so viel als Dragoner und Husaren, weniger 60 Mann, daß also das Commando aus 840 Mann bestunde. Fr. Wie viel waren der Soldaten von jeder Art? Antw. Dragoner 115, Husaren 135, Gren. 190, und Musquet. 400.

Nachdem eine jede Art Soldaten mit x benennet worden, so können, wie vorhin, die bekante Zahlen entweder beibehalten, oder mit Buchstaben allgemein gemacht werden.

20) Ein Faß Wein von 4 Ohm wurde, um solches 400 fl. wehrt zu machen, von viererlei Wein genommen, also, daß eine Ohm von N°. IV. so viel kostete als die übrige 3 Ohm, von N°. III. so viel als N°. I. und II. weniger 12 fl. und N°. II, 12 fl. mehr als N°. I. Fr. Wie hoch ist eine Ohm vor der Mischung gehalten worden? Antw. N°. I, 47 fl. N°. II, 59 fl. N°. III, 94 fl. und N°. IV, 200 fl.

Wann die gemeine Zahlen beibehalten werden, so wird man die reducirte Gleichung: $8x = 376$ erhalten.

§. 515. **Sol vermögt einer Vorgabe eine unbekante Grösse mit einer bekanten, oder eine bekante Grösse mit einer unbekanten Grösse, multiplicirt werden,** so hat es damit eben die Bewandnis, als wann, wie vorhin, unbekante Grössen addirt und also mehrfach werden, dabei man den Multiplicatoren oder Coefficienten beibehalten, oder für denselben einen Buchstaben nehmen kan (s. §. 508).

Z. E. Eine unbekante Zahl mit 4 multiplicirt, weniger 7, ist gleich 75, welches ist dieselbige?

Die unbekante Zahl sei $= x$, $7 = a$, und $75 = b$, so ist die Gleichung:

$$4x - a = b$$

$$4)\ 4x = b + a$$

$$x = \frac{b + a}{4}$$

 Resolu-

Resolution: $a = 7$
$b = 75$

$$\begin{array}{r} 4)\ 82 \\ \hline 20\tfrac{1}{2} = x \end{array}$$, und die unbekante Zahl.

Probe:
$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 82 \\ -7 \\ \hline 75 \end{array}$$

Oder: Da für den Multiplicatoren ein Buchstab genommen, und also die Gleichung allgemein gemacht wird (§. 502):

$$ax - b = c$$
$$a)\ ax = c + b$$
$$x = \frac{c + b}{a}$$

21) Der unbekante Wehrt von 50 alten Gulden, weniger 5 fl. Courantgeld, sol sein 60 fl. Fr. Wie viel ist einer der alten Gulden wehrt? Antw. $1\frac{3}{10}$ fl.

Der unbekante Wehrt sei $= x$, 50 fl $= a$, 5 fl $= b$, und 60 $= c$, folglich ist die Gleichung xa, oder $ax - b = c$.

22) Zu 45 lb. wurden 4 fl. geleget, so hatte man den Wehrt von 34 fl. Fr. Wie ist 1 lb. gerechnet worden? Antw. $\frac{2}{3}$ fl.

Wann 45 lb $= a$ mit dem unbekanten Preis $= x$ multiplicirt, und 4 fl $= b$, sodann 34 fl $= c$ genommen werden, so ist die Gleichung: $ax + b = c$.

§. 516. **Sind bei einer Vorgabe bekante Grössen miteinander zu multipliciren**, so bezeichnet man, wie bekant, die Factoren entweder mit Buchstaben (§. 507), oder bedienet sich der Coefficienten (§. 508), wie es am meisten geschiehet, oder bringet auch die Producten in die Gleichung (§. 509).

Z. E.

Z. E. Ein Courier wurde mit dem Befehl abgefertiget, täglich 24 Stunden zurük zu legen: nach drei Tagen wurde demselben ein anderer nachgeschikt, um ihn von dato in zwölf Tagen einzuholen. Fr. Wie viel muste dieser täglich Stunden machen?

Die unbekante Stunden, so der zweite Courier täglich zu machen hatte, seien $= x$, und seine 12 Tage $= a$, welche gleich sein musten den 3 Tagen, so der erste Courier voraus hatte, nebst den 12 Tagen, in welchen derselbe eingeholet werden solte, da dann $3 = b$ und $12 = a$, beides mit 24 multiplicirt, sein kan, mithin die Gleichung also ist:

$$a)\ xa = 24b + 24a$$

$$x = \frac{24b + 24a}{a}$$

Resolution:

$24b = 72$
$24a = 288$

$a = 12)\ 360$

30 Stunden muste der zweite Courier täglich zurük legen.

Nach der Allgemeinheit sollen z. E. die Täge der Einholung $a = 8$, die Täge, so der erste Courier voraus hatte, $b = 4\frac{1}{2}$, und die Täge, in welchen er eingeholet werden solte, $a = 8$, beide Täge mit den Stunden multiplicirt, welche der erste Courier täglich zurük legen solte, welche 16 sein sollen, so ist die

Resolution:

$16b = 72$
$16a = 128$

$a = 8)\ 200$ | 25 Stunden müste der zweite Courier täglich machen.
4

23) Ein Zeugmachergeselle solte in einer bestimten Zeit eine Parthie Zeuge verfertigen, und zu dem Ende täglich 8 Ehlen machen; als dieser 3 Tage gearbeitet, wird ein anderer angestellet, der nach Verlauf 21 Tagen eben so viel als jener verfertige. Fr. Wie

 viel

viel Ehlen hat dieser täglich gemacht? Antw. $9\frac{1}{7}$ Ehlen.

21 Tage $= a$ mit den unbekanten Ehlen $= x$ multiplicirt muß gleich sein 21 $= a$ und 3 $= b$, beide mit 8 multiplicirt.

24) Ein Taglöhner solte eine Arbeit machen, und zum Taglohn 20 Kreuzer erhalten; weil es aber mit der Arbeit zu langsam hergienge, so wurde ihme nach Verlauf 10 Tagen einer beigesellet, und demselben versprochen, wann er fleissig sein, und die Arbeit in 40 Tagen vollenden helfen würde, er überhaupt so viel als jener haben solte. Fr. Wie viel hat sein Taglohn getragen? Antw. 25 kr.

40 Tage seien $= a$, der Taglohn $= x$, welcher gleich sein muß 10 Tagen $= b$, und 40 Tagen $= a$, beide mit 20 multiplicirt.

Item: Zwei Oerter, A und B, liegen 288 Stunden voneinander: aus beiden Oertern wurden zu gleicher Zeit Couriers abgefertiget, und dem Courier aus A befohlen, täglich 24 Stunden zurük zu legen, um jenem aus B in 8 Tagen zu begegnen. Fr. Wie viel hätte also der Courier aus B täglich Stunden machen müssen?

Die 8 Tagen, so ein jeder zu marschiren hatte, seien $= a$, die unbekante tägliche Stunden des Couriers aus B $= x$, mithin desselben sämtliche Stunden xa, und die Stunden des Couriers aus A, nemlich $24a$, machen den ersten Theil, und 288 Stunden den andern Theil, also:

$$xa + 24a = 288$$

$$a)\ xa = 288 - 24a$$

$$x = \frac{288 - 24a}{a}$$

Resolution:

$$\begin{array}{rl} 288 & \text{sämtliche Stunden.} \\ -24a = -192 & \\ a = 8)\ 96 & |\ 12 \text{ Stunden hat der Courier aus B machen müssen.} \end{array}$$

25) Ein

25) Ein Ingenieur hatte einen Graben von 1200 Ruthen lang auszuführen, welcher in 12 Tagen fertig sein muste: er lies daher auf beiden Seiten zugleich anfangen, und auf der einen Seite täglich 40 Ruthen ausführen. Fr. Wie viel ist also auf der andern Seite täglich auszuführen gewesen? Antw. 60 Ruthen.

12 Tage $= a$ mit 40, und abermahl a mit x, als den unbekanten Ruthen, multiplicirt, ist gleich 1200 Ruthen, also: $40a + xa$, oder, welches einerlei (§. 43): $xa + 40a = 1200$.

26) Ein Lieferant solte in Zeit von 6 Tagen für 180 Mann Montirungsstüke schaffen, worzu er zwo Parthien Arbeiter anstellete, davon die eine Parthie täglich 16 Stunden, und die andere Parthie nach dem Verhältnis ihrer Zahl alle Tage arbeiten musten: Fr. Wie viel Stunden hatte also diese Parthie täglich zu arbeiten? Antw. 14 Stunden.

Wann 6 Tage $= a$ mit 16 multiplicirt, und abermahl a mit x, als den unbekanten Stunden, so ist die Gleichung: $16a + ax = 180$.

Item: Ein Commandant in einer Vestung erhielte für seine Besazung 180 Malter Mehl auf eine bestimte Zeit, und brauchte täglich 14 Malter: nach Verlauf 4 Tagen rükte der Feind an, dahero er noch so viel Mannschaft an sich zog, um in den folgenden 4 Tagen aufzuzehren, und dem Feind kein Proviant zu hinterlassen. Fr. Wie viel muste der Mannschaft alsdann täglich mehr Mehl gegeben werden?

Nimt man 14 Mltr. $= a$, so hat die erste Besazung erst allein $4a$ bekommen, und alsdann die übrige 4 Tage wiederum $4a$.

Die andere Besazung hat erstlich in 4 Tagen, gleich jener, $4a$, und, weil sie stärker war, in eben diesen 4 Tagen etwas mehr bekommen, welches $4x$ benennet werden kan, und die Gleichung also folgende ist:

$$4a + 4a + 4a + 4x = 180$$

$$12a + 4x = 180$$

$$4)\ 4x = 180 - 12a$$

$$x = \frac{180 - 12a}{4}$$

Resolution:

180 Mltr.

$-12a = -168$

$4)\ 12 \mid 3$ Malter hat die eingenommene Besazung täglich mehr bekommen.

Hätte der Commandant die Zahl der einzunehmenden zweiten Mannschaft also eingerichtet, daß er mit 180 Mltr. über 4 Tage in 3 Tagen aufzehren wollen, so wäre für die erste Mannschaft zum Voraus $4a$, und wiederum $3a$, und für die zweite Mannschaft $3a$ und wiederum $3x$ gekommen, folglich die Gleichung also wäre:

$$4a + 3a + 3a + 3x = 180$$
$$10a + 3x = 180$$
$$3)\ 3x = 180 - 10a$$
$$x = \frac{180 - 10a}{3}$$

Resolution:

180 Mltr.

$-10a = -140$

$3)\ 40 \mid 13\frac{1}{3}$ Mltr. hätte die eingenommene Besazung täglich mehr bekommen.

Probe:

Die Besazung bekäme täglich 14 Mltr. das macht in 4 Tagen	56 Mltr.
Alsdann in 3 Tagen	42
Die darzu gekommene Mannschaft erst in 3 Tagen	42
Alsdann täglich $13\frac{1}{3}$ Mltr. mehr, macht . .	40
	180

Item: Ein Bote wurde von A nach B, welches 63 Stunden ist, abgesandt, mit Befehl, täglich nur 5 Stunden zurük zu legen: am siebenden Tag begegnete ihm ein Bote, welcher 3 Tage nach ihm von B nach A ausgesandt worden.

Fr. Wie

Fr. Wie viel Stunden hat derselbe täglich mehr, als jener, zurük geleget?

4 Tage, so der Bote aus A voraus gehabt, seien $= a$, mit 5 multiplicirt, giebt $5a$.

3 Stunden, so er mit jenem zugleich gegangen, $= b$, mit 5 multiplicirt, macht $5b$.

4 Tage, so der Bote aus B zugleich gegangen, giebt $5a$, und

Die Stunden, so er täglich mehr gemacht, ax.

$$5a + 5b + 5a + xa = 63$$

$$a)\ xa = 63 - 5a - 5b - 5a$$

$$x = \frac{63 - 10a - 5b}{a}$$

Resolution:

$$\begin{array}{r} 63 \\ -10a = -40 \\ \hline 23 \\ -5b = -15 \\ \hline 4)\ 8 \end{array}$$

| 2 Stunden hat der Bote aus B täglich mehr zurük geleget.

Probe: Der Bote aus A hat 7 Tage zu 5 Stunden 35 Tage.
Der Bote aus B hat 4 Tage zu 7 Stunden 28

63 Stunden.

27) Ein Canal von 1200 Quadratruthen wurde also angefangen, daß täglich 40 Ruthen fertig wurden, nach 5 Tagen wurde auch auf der andern Seite zu graben angefangen, um nur noch 10 Tage damit zuzubringen. Fr. Wie viel Ruthen haben auf dieser Seite täglich mehr ausgeführet werden müssen, als auf der ersten Seite? Antw. 20 Ruthen.

5 Tage mit 40 multiplicirt sei $= 40a$, 10 Tage mit $40 = 40b$, und 10 Tage mit $x = x10$, so hat man die vorige Gleichung.

28) An einer Wasserleitung von 6000 Ruthen war schon 14 Wochen gearbeitet, und täglich 20 Ruthen fertig gemacht; weil aber die Arbeit beschleuniget werden solte, stellete man gegenseitig Arbeiter an, und brachte also die Arbeit in den folgenden 20 Wochen zu Stand. Fr. Wie viel Ruthen haben leztere Arbeiter täglich mehr oder weniger verfertiget? Antw. 4 Ruthen weniger.

14 Wochen, das sind 84 Tage, mit 20 multiplicirt, sei $= 20a$, 20 Wochen, das sind 120 Tage, mit 20 multiplicirt, sei $= 20b$, so ist die Gleichungsformel wie vorhin: bei der Resolution aber wird -480 mit 120 zu dividiren sein, wobei $-4 = x$, folglichen 4 Ruthen, als ein Mangel, erhalten wird.

Item: An einem Canal von 1200 Quadratruthen wurden täglich 40 Ruthen ausgeführet: nach etlichen Tagen aber fing man an, auf der andern Seite täglich 60 Ruthen auszugraben, und wurde alsdann in 10 Tagen fertig. Fr. Wie viel waren der etlichen Tagen?

Die zu suchende etliche Tage, welche voraus gearbeitet worden, seien $= x$, 1200 Ruthen $= a$, 40 Ruthen $= b$, 60 Ruthen $= c$, und 10 Tage $= d$ (s. §. 516).

$$bx + bd + cd = a$$

$$b)\ bx = a - bd - cd \quad \text{Hier wird nach §. 102 dividirt.}$$

$$x = \frac{a - cd}{b} - d$$

Resolution:

$$
\begin{array}{rl}
a = & 1200 \\
-cd = & -600 \\
\hline
b = 40) & 600 \\
\hline
 & 15 \\
-d = & -10 \\
\hline
 & 5
\end{array}
$$

5 Tage sind der etlichen Tagen gewesen.

Probe: 5 Tage zu 40 Ruthen, machen 200 Ruthen.
10 Tage zu 40 Ruthen, thun 400
10 Tage zu 60 Ruthen, machen 600

1200

29) In

29) In einer Fabrique verfertigte ein Arbeiter täglich 14 Ehlen: als er etliche Tage gearbeitet, wurde noch einer zu dieser Arbeit angestellet, welcher täglich 17 Ehlen fertig machte, und also mit jenem in 4 Tagen 180 Ehlen zu Stand brachte. Fr. Wie viel Tage hatte der erstere Arbeiter alleine gearbeitet? Antw. 4 Tage.

Wann 180 $= a$, 14 $= b$, die etliche Tage $= x$, 17 $= c$, und 4 Tage $= d$, so hat man die Gleichung wie vorhin.

30) In ein Fort wurde eine Garnison geleget, und auf eine bestimte Zeit mit 92 Malter Mehl versehen, weil sie täglich 5 Mltr. nöthig hatte: nach etlichen Tagen ward eine Verstärkung hinein geworffen, welche täglich 6 Mltr. brauchte, mithin das Mehl alsdann in 7 Tagen aufginge. Fr. Wie lange hatte die Garnison allein gelegen? Antw. 3 Tage.

Wann 92 Mltr. $= a$, 5 $= b$, etliche Tage $= x$, 6 $= c$, 7 $= d$, so ist die Gleichung wie vorhin.

§. 517. **Kommen auf beide Seiten einer Gleichung unbekante Grössen, so werden solche, eben wie die bekante Grössen, unter contrairen Zeichen zusammen auf eine Seite gebracht, und alsdann wie vorhin behandelt (§.490).**

Z. E. Ein Stük Wein wurde um 224 fl. verkauft, und daran verlohren; wäre es aber um 260 fl. verkauft worden, so wäre der Gewinn dreimahl so viel gewesen, als der Verlust war. Fr. Wie theuer ist solches eingekauft worden?

Wann 224 fl $= a$, 260 fl $= b$, und der Verlust $= x$, so ist die Gleichung: $a + x = b - 3x$, welche ganz begreiflich ist; dann 224, und der Verlust, thun den Einkauf wie 260 fl. weniger den dreifachen Profit.

$$a + x = b - 3x$$

$$4)\ 4x = b - a$$

$$x = \frac{b - a}{4}$$

Resolu-

Resolution:

$$\begin{array}{r} b = 260 \\ -a = -224 \\ \hline 4)\,36 \\ \hline 9 \end{array}$$

9 Verlust, diesen zu dem Einkauf addirt, macht 233 fl.

Wåre nun das Stůk Wein um 260 fl. verkauft worden, so håtte man 27 fl. und also 3mahl mehr Profit als Verlust gehabt.

31) Einer verkaufte eine Parthie Waar um 180 fl. und verlohr daran: ein andermahl verkaufte er eben so viel von dieser Waar um 205 fl. und gewann viermahl so viel daran, als er vorhin verlohren hatte. Fr. Wie ist diese Waar eingekauft worden? Antw. 185.

Wann 180 fl $= a$, der Verlust $= x$, sodann 205 fl $= b$, und der Profit $= 4x$ genommen wird, so ist die Gleichung wie vorhin.

32) Ein Wechselbrief muste mit Verlust, und zwar um 276 fl. weggegeben werden: håtte man aber denselben um 280 fl. verkauffen können, so wåre der Gewinn noch einmahl so groß gewesen, als der Verlust. Fr. Wie hoch ist der Brief gekauft worden? Antw. $277\frac{1}{3}$ fl.

276 fl. seien $= a$, der Verlust $= x$, 280 fl $= b$, und der zweifache Profit $= 2x$, so ist die Gleichung ebenfals wie vorhin.

Item: A hatte 3 Stůke Geld von unbekantem Werth, und noch 2 fl. B ein Stůk von gleichem Wehrt, als jener Stůke eines, nebst noch 12 fl. und hatte einer so viel, als der andere. Fr. Wie viel war ein Stůk werth?

Der unbekante Wehrt sei $= x$, 12 fl $= a$, und 2 fl $= b$.

$$3x + b = x + a$$
$$3x - x = a - b$$
$$2)\; 2x = a - b$$
$$x = \frac{a-b}{2}$$

Resolution:

$$\begin{array}{r} a = 12 \text{ fl.} \\ -b = -2 \\ \hline 2)\,10 \\ \hline 5 \end{array}$$

5 fl. ist der Wehrt von x, mithin hatte ein jeder 17 fl.

33) Von

33) Von einer Anzahl Gulden wurden 6 fl. weggethan, so war der Rest gleich 30, weniger der Anzahl Gulden. Fr. Welches war die Zahl der Gulden? Antw. 18.

Die unbekante Zahl Gulden sei x, 6 fl $= b$, und 30 fl $= a$, so ist die Gleichung: $x - b = a - x$.

Item: Zu einem Goldstük wurden 4 fl. geleget, so war es so viel, als wann man deren zwei gegeben und 6 fl. wieder bekommen hätte. Fr. Wie viel war ein Goldstük wehrt?

Das Goldstük sei $= x$, 4 fl $= a$, und 6 fl $= b$.

$$x + a = 2x - b$$
$$x - 2x = -a - b$$
$$-x = -a - b$$

Resolution:

$-a = -4$ fl.
$-b = -6$

-10 fl $= -x$, also ist der Wehrt von einem Goldstük 10 fl.

Bringt man bei der Reduction die unbekante Grössen auf die andere Seite (§. 510), so kommen positive Grössen:

$$x + a = 2x - b$$
$$a + b = 2x - x$$
$$a + b = x$$

Resolution:

$a = 4$ fl.
$b = 6$

$10 = x$

34) Verschiedene Ehlen Zeug, und $2\frac{1}{3}$ fl. machen so viel, als noch einmahl so viel Ehlen von sothanem Zeug, weniger 4 fl. Fr. Wie sind die verschiedene Ehlen Zeug gerechnet worden? Antw. $6\frac{1}{3}$ fl.

Die verschiedene Ehlen seien $= x$, $2\frac{1}{3}$ fl $= a$, und 4 fl $= b$.

Item:

Item: Unter 20 Thalern befande sich ein Goldstük, und unter 36 Thalern 3 dergleichen Goldstüke, NB. deren Wehrt mit gerechnet: thut man beiderseits dieselben weg, so hat man gleiche Resten. Fr. Was war ein Goldstük wehrt?

x sei der unbekante Wehrt der Goldstüke, 20 Thlr. $= a$, und 36 Thlr. $= b$.

$$a - x = b - 3x$$

$$-x + 3x = b - a$$

$$2)\ 2x = b - a$$

$$x = \frac{b - a}{2}$$

Resolution:

$b = 36$ Thlr.
$-a = -20$

2) 16 | 8 Thlr. ist der Werth von einem Goldstük.

35) In einer Blanche Silber von 56 Mark befanden sich etliche Mark Kupfer, und in einer andern Blanche von 80 Mark dreimahl so viel Kupfer, als in jener: thut man beiderseits das Kupfer weg, so hat eine Blanche so viel fein Silber, als die andere. Fr. Wie viel Kupfer befande sich in der ersten Blanche? Antw. 12 Mark.

Die 56 Mark seien $= a$, etliche Mark Kupfer $= x$, und 80 Mark $= b$.

36) Von 50 fl. Münz waren etliche Gulden, und von 90 fl. viermahl so viel weggethan, so wurden beide Posten gleich. Fr. Wie viel waren der etlichen Gulden? Antw. $13\frac{1}{3}$.

50 fl. seien $= a$, die etliche Gulden $= x$, 90 fl. $= b$.

§. 518. Erhält eine unbekante Grösse einen gebrochenen Coefficienten, so wird nach geschehener Absonderung derselbe, wie bei dem gemeinen Rechnen, eingerichtet oder

oder gegrößert (§. 127 u. f.), und der Bruch also weggeschaffet, die bekante Grössen gleich gegrößert, und ferner gewöhnlich verfahren.

Z. E. A fragte B um sein Geld, welcher antwortete: Wann man von dem zwölften Theil desselben 10 fl. nimt, so bleiben 300 fl. übrig. Fr. Wie viel war des Geldes?

Der unbekante zwölfte Theil sei $= \frac{1}{12}x$, 10 fl $= a$, und 300 fl $= b$.

$$\frac{1}{12}x - a = b$$
$$\frac{1}{12}x = b + a$$
$$x = 12b + 12a$$

Resolution:

$$12b = 3600$$
$$12a = 120$$
$$3720 \text{ fl. war des Geldes.}$$

Probe: 12) $\underset{1}{3720}$ | 310 der zwölfte Theil.
— 10
300

37) Von dem neunten Theil einer Summe Thaler wurden 20 weggegeben, und blieben übrig 36 Thlr. Fr. Wie groß war die Summe? Antw. 504 Thlr.

Der neunte Theil sei $= \frac{1}{9}x$, 20 Thlr. $= a$, und 36 Thlr. $= b$.

38) Von einer Summe Gulden wurde der achte Theil genommen, und zu demselben 8 fl. geleget, so waren solcher 20. Fr. Wie groß war die Summe? Antw. 96 fl.

Der achte Theil sei $= -\frac{1}{8}x$, 8 fl $= a$, und 20 fl $= b$ (s. §. 497).

Item: Von zwei Drittheil etlicher Gulden wurden 4 fl. gethan, und bliebe 1 fl. übrig. Fr. Wie viel waren der etlichen Gulden?

$\frac{2}{3}$ etlicher fl. seien $= \frac{2}{3}x$, 4 fl $= a$, und 1 fl $= 1$ (s. §. 21).

$$\frac{2}{3}x - a = 1$$
$$\frac{2}{3}x = a + 1$$
$$2)\ 2x = 3a + 3$$
$$x = \frac{3a + 3}{2}$$

Resolution:

$$3a = 12$$
$$+ 3$$
$$2)\ 15 \mid 7\tfrac{1}{2}\ \text{fl} = x.$$

39) Wie viel sind der Gulden, von welchen drei Viertheile und $\frac{1}{2}$ fl. zusammen 5 fl. machen? Antw. 6 fl.

$\frac{3}{4}$ der Gulden seien $= \frac{3}{4}x$, $\frac{1}{2}$ fl. kan bleiben, und 5 fl. auch, oder man macht die Gleichung: $\frac{3}{4}x + a = b$.

40) Wann man von etlichen Gulden $\frac{5}{8}$ derselben nimt, und $\frac{3}{8}$ fl. davon thut, so erhält man 6 fl. Fr. Wie viel sind der Gulden? Antw. $10\frac{1}{5}$.

$\frac{5}{8}$ von etlichen Gulden seien $\frac{5}{8}x$, $\frac{3}{8}$ fl $= a$, und 6 fl $= b$.

Item: Zu 15 Thalern legte man etliche Thaler, daß derselben so viel wurden, als 24 weniger $\frac{1}{3}$ so viel, als zu den 15 geleget worden. Fr. Wie viel wurden Thaler zugeleget?

15 Thlr. seien $= a$, die etliche Thaler $= x$, 24 Thlr. $= b$, und $\frac{1}{3}$ so viel, als zugeleget worden, $= \frac{1}{3}x$.

$$a + x = b - \frac{1}{3}x$$
$$x + \frac{1}{3}x = b - a$$
$$1\tfrac{1}{3}x = b - a$$
$$4)\ 4x = 3b - 3a$$
$$x = \frac{3b - 3a}{4}$$

Resolution:

$$3b = 72$$
$$- 3a = 45$$
$$4)\ 27$$

$6\frac{3}{4}$ Thlr. wurden zugelegt.

41) Zu

41) Zu einem Centner wurden noch so viele Centner gethan, daß derselben 5 Centner, weniger halb so viel, als zu dem einen Centner, gethan worden. Fr. Wie viel war dieses? Antw. $2\frac{2}{3}$ Centner.

Der eine Centner bleibt 1, die hinzu gethan wurden, seien $= x$, und 5 Centner $= a$.

42) Zu einer Souverain, nemlich 15 fl, wurde $\frac{1}{3}$ einer andern goldenen Münze geleget, so hatte man den Wehrt von zwei Souverainen, weniger eine ganze goldene Münze, davon $\frac{1}{3}$ zugeleget worden. Fr. Was war der Wehrt von dieser? Antw. $11\frac{1}{4}$ fl.

Die Souverain sei $= a$, und die zugelegte goldene Münze $= x$.

Item: A und B sollen sich in 1840 fl. theilen, dabei A $\frac{1}{4}$, und noch 40 fl. mehr als B haben sol. Fr. Wie viel gebühret jedem?

Des A und B jedes Antheil sei $= x$, 1840 fl $= a$, und 40 fl $= b$.

Wann nun bei Formirung der Gleichung für A x, für B ebenfals x, sodann für A $\frac{1}{4}x$, und noch b genommen wird, so hat man die zu theilende Summe, nemlich a, worauf es alsdann auf den Wehrt von einem x ankomt (§. 487), welcher durch die Reduction gefunden werden muß.

$$x + x + \tfrac{1}{4}x + b = a$$

$$2\tfrac{1}{4}x = a - b$$

$$9)\; 9x = 4a - 4b$$

$$x = \frac{4a - 4b}{9}$$

Resolution:

$$4a = 7360$$
$$-4b = -160$$
$$9)\; 7200$$

800 ist der Wehrt von x, und so viel bekomt B, A erhält eben so viel, sodann $\frac{1}{4}$ davon, und noch 40 mehr, folglichen 1040 fl.

43) Wann man zu einer Zahl Gulden noch ein und $\frac{1}{4}$ mahl so viel, und noch 20 fl. leget, so hat man 65 fl. Fr. Welches ist die Zahl? Antw. 20 fl.

Die Zahl der Gulden sei $= x$, $20 = a$, und $65 = b$.

44) Ein Stük Leinwand solte 60 Ehlen halten, es hielte aber etliche Ehlen mehr: ein ander Stük hielte $1\frac{1}{4}$ mahl so viel, als jenes würklich hielte, weniger 4 Ehlen, mithin thaten beide Stüke zusammen 140 Ehlen. Fr. Wie viel hat Ersteres zu viel gehalten? Antw. 4 Ehlen.

Das erste Stük sei $= x$, 4 Ehlen $= a$, und 140 Ehlen $= b$.

§. 519. **Kommen bei den unbekanten Grössen verschiedene Brüche von gleichen Nennern und gleichen Zeichen vor,** so reducirt oder addirt man sothane Glieder, und verfähret alsdann wie vorhin, wobei es sich von selbsten verstehet, daß, wann sich auf beiden Seiten dergleichen gebrochene Grössen befinden, die Absonderung (§. 517) zuerst, und alsdann die Addition, geschehen müsse, wiewohl beides von Geübten auch zugleich verrichtet werden kan.

Z. E. Von einer Summe Gulden bekam A $\frac{1}{8}$ der Summe, und 50 fl. B $\frac{3}{8}$ weniger 40 fl. und C $\frac{3}{8}$ und 30 fl. welche Posten zusammen 880 fl. und $\frac{1}{8}$ der Summe thaten. Fr. Wie groß war die Summe, und wie viel bekam ein jeder?

Die unbekante Summe sei $= x$, 880 fl $= a$, 50 fl $= b$, 40 fl $= c$, und 30 fl $= d$.

$$\frac{1}{8}x + b + \frac{3}{8}x - c + \frac{3}{8}x + d = a + \frac{1}{8}x$$

$$\frac{1}{8}x + b + \frac{3}{8}x - c + \frac{3}{8}x + d - \frac{1}{8}x = a$$

$$\frac{6}{8}, \text{ d. i. } \frac{3}{4}x = a - b + c - d \quad (4$$

$$3)\ 3x = 4a - 4b + 4c - 4d$$

$$x = \frac{4a - 4b + 4c - 4d}{3}$$

Resolution: $4a = 3520$
$-4b = -200$
3320
$4c = 160$
3480
$-4d = -120$
3) 3360
1120 war die Summe.

Probe: $\frac{1}{8}$) 1120 die Summe.
140
$+ 50$
190 fl. bekomt A, mithin
380 B.
450 C.
1020 Diese Summe ist gleich 880 + 140.

Wann beide Theile gleiche Glieder unter gleichen Zeichen haben, als wie hier $+ \frac{1}{8}x$, so kan man solche beiderseits nur schlechthin wegthun, indeme dadurch nicht nur Weitläuftigkeit, sondern auch bei gewissen Gleichungen Zweifel und Schwierigkeiten, verhütet werden, als:

$$\frac{1}{8}x + b + \frac{3}{8}x - c + \frac{3}{8}x + d = a + \frac{1}{8}x$$

$$b + \frac{3}{8}x - c + \frac{3}{8}x + d = a$$

$$b + \frac{3}{4}x - c + d = a \quad (4$$

$$4b + 3x - 4c + 4d = 4a$$

$$3)\; 3x = 4a - 4b + 4c - 4d$$

$$3x = \frac{4a - 4b + 4c - 4d}{3}$$

45) Von einer Parthie Waar wurde weggegeben der fünfte Theil derselben und noch 30 ℔. und zwei Fünftheil, weniger 40 ℔. welches zusammen 350 ℔. und so viel als der fünfte Theil der Waar ausmachte, thate. Fr. Wie stark war die Parthie? Antw. 900 ℔.

Die Parthie Waar sei $= x$, 30 ℔ $= a$, 40 ℔ $= b$, und 350 ℔ $= c$.

46) An einer Summe Gulden fehleten 460 fl. weniger $\frac{1}{5}$ der Summe; da man nun weiß, daß einmahl $\frac{1}{5}$ und 20 fl. und zu einer andern Zeit $\frac{1}{5}$ weniger 30 fl. davon gekommen, so ist die Frage, wie groß die Summe gewesen? Antw. $783\frac{1}{3}$ fl.

460 fl. seien $= a$, die Summe $= x$, 20 fl $= b$, und 30 fl $= c$.

§. 520. **Sind die Brüche von ungleicher Benennung**, so wird mit eines jeden Bruchs Nenner, z. E. mit dem Grössern zuerst, ein jedes Glied der Gleichung multiplicirt (§. 128 u. f.), oder nach §. 131 mittelst eines Hauptnenners gegrössert, und alsdann wie gewöhnlich verfahren.

Z. E. Wie viel Ehlen hält der Lappen Tuch, davon der halbe, der dritte und der vierte Theil zusammen eine Ehle mehr machen, als derselbe lang ist.

Die Ehlen seien x, so ist die Gleichung:

$x + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x$ Mit 4 gegrössert.

$4x + 4 = 2x + 1\frac{1}{3}x + x$ Mit 3 gegrössert.

$12x + 12 = 6x + 4x + 3x$ Reducirt.

$12x + 12 = 13x$ Absonderung.

$12 = 13x - 12x$

$12 = x$ Also sind der Ehlen 12.

Item: Einer hat von seiner Einnahme den dritten Theil, weniger 4 Thlr. und den vierten Theil und 6 Thlr. ausgegeben, und noch 100 Thlr. übrig behalten. Fr. Wie groß war die Einnahme?

Die Einnahme sei $= x$, 4 Thlr. $= a$, 6 Thlr. $= b$, und 100 Thlr. $= c$, so ist die Gleichungsformel:

$$x - \frac{1}{3}x + a - \frac{1}{4}x - b = c.$$

Bei den vorhergehenden Exempeln wurden positive und negative Grössen zusammengesezet und addirt; hier werden aber positive und negative Grössen subtrahirt, wobei, wann eine negative Grösse subtrahirt werden sol, dieselbige unter + beigefüget

füget werden muß (§. 70 u. f.); dann da gegenwärtig von x subtrahirt werden solte: $\frac{1}{3}x$, weniger a, so muste die Formel also sein: $x - \frac{1}{3}x + a$.

$$x - \tfrac{1}{3}x + a - \tfrac{1}{4}x - b = c \quad (4$$

$$4x - 1\tfrac{1}{3}x + 4a - x - 4b = 4c \quad (3$$

$$12x - 4x + 12a - 3x - 12b = 12c \quad \text{Reducirt}$$

$$12x - 7x + 12a - 12b = 12c$$

$$5)\ 5x + 12a - 12b = 12c$$

$$x = \frac{12c - 12a + 12b}{5}$$

Resolution:

$$\begin{array}{r} 12c = 1200 \text{ Thlr.} \\ -12a = -48 \\ \hline 1152 \\ 12b = 72 \\ \hline 5)\ 1224 \\ \hline 244\tfrac{4}{5} = x, \end{array}$$

war die Einnahme.

Probe:

Einnahme:	$244\frac{4}{5}$
Ausgabe: $\frac{1}{3}$ davon — 4 Rthlr. =	$-77\frac{3}{5}$
	$167\frac{1}{5}$
$\frac{1}{4}$ davon und 6 Rthlr. =	$67\frac{1}{5}$
	100 Rthlr. übrig.

47) Wie groß war die Summe, von welcher A $\frac{1}{3}$, weniger 6 fl. und B $\frac{1}{4}$ und 12 fl. nahm, und noch 30 fl. übrig blieben? Antw. $86\frac{2}{5}$ fl.

Die Summe sei $= x$, 6 fl. $= a$, 12 fl. $= b$, und 30 fl. $= c$.

48) Von einer Zahl Gulden bekomt A $\frac{1}{4}$, weniger 4, B $\frac{2}{5}$, weniger 2, und C 20 fl. und bliebe nichts übrig. Fr. Wie groß war die Summe? Antw. 40 fl.

Die Summe sei $= x$, 4 fl. $= a$, 2 fl. $= b$, und 20 fl. $= c$.

§. 521. **Wann, wie in nächstvorhergehender Vorgabe geschehen, zum zweiten Theil der Gleichung keine Grösse vorhanden ist, so darf man nur statt dessen eine 0 sezen, und alsdann gewöhnlich reduciren.**

49) Von einer Zahl wurde $\frac{1}{6}$ und 2, ferner $\frac{1}{4}$ derselben, weniger 4, und abermahl $\frac{1}{4}$ und 14 genommen, wie groß war solche? Antw. 36.

Die Zahl sei $= x$, $2 = a$, $4 = b$, $14 = c$, und der andere Theil der Gleichung $= 0$.

50) Von einem Stük Leinwand wurde der vierte Theil, weniger 3 Ehlen, weggegeben, ferner der fünfte Theil und 3 Ehlen, und die Helfte und 3 Ehlen. Fr. Wie viel Ehlen hat solches gehalten? Antw. 60 Ehlen.

Wann das Stük Leinwand $= x$ und 3 Ehlen $= a$ genommen werden, so wird man $x = -20a + 20a + 20a$ erhalten, welche reducirt $x = 20a$, das ist 60 Ehlen, thun.

§. 522. **Wann bei der Reduction mit einem oder mit zween Nennern gegrössert worden, und man hat lauter ganze Glieder der Gleichung erhalten, so ist nicht nöthig, mit den übrigen Nennern ferner zu grössern, wie bei vorhergehendem Exempel vorgekommen, und bei folgender Vorgabe vorkommen wird; dann wann ein Nenner einem andern gleich ist, oder in einem grössern Nenner aufgehet, so ist das Grössern mit demselben überflüssig.**

51) Einer hatte von seinem sämtlichen Vermögen den nächsten Anverwandten die Helfte, weniger 200 Rthlr. denen milden Stiftungen $\frac{1}{4}$, weniger 150 Rthlr. den Hausarmen $\frac{1}{8}$, und einem guten Freund 1000 Rthlr. vermacht. Fr. Wie groß war das Vermögen? Antw. 5200 Rthlr.

Das sämtliche Vermögen sei $= x$, 200 Rthlr. $= a$, 150 Rthlr. $= b$, 1000 Rthlr. $= c$, davon die Gleichung ist: $x - \frac{1}{2}x + a - \frac{1}{4}x + b - \frac{1}{8}x - c = 0$; dann weil durch $\frac{1}{2}x$ und $\frac{1}{4}x$ die Grössen von a und b zu viel weggethan worden, so musten solche wieder hinzugethan werden (§. 71).

52) Als

52) Als ein Münzmeister um die Zahl und den Wehrt der geprägten Denkmünzen gefragt wurde, antwortete er: 1000 Stük sind Gulden, $\frac{1}{8}$ der Summe, weniger 100 Stük, sind $\frac{2}{3}$ fl. $\frac{1}{4}$ der Summe, weniger 150 Stük, sind halbe Gulden, und die Helfte der Summe, weniger 200 Stük, sind Kopfstüke. Fr. Wie viel waren der Stüke? Antw. 4400 Stük, davon der Wehrt $2441\frac{2}{3}$ fl. ist.

Die Zahl der Münzen sei $= x$, 1000 Stük $= a$, 100 Stük $= b$, 150 Stük $= c$, und 200 Stük $= d$. Hier hat man mit b, c und d den vorigen Fall.

§. 523. **Machen bei dergleichen Exempeln, wo zum zweiten Theil keine Grösse vorhanden ist (§. 521), die Brüche mehr als ein Ganzes, oder es sol von der unbekanten Zahl x mehr als x weggethan werden, so findet die Vorgabe natürlicher Weise keine Statt, es sei dann, daß die Frage wäre, was zu viel angegeben worden, und einem jeden Theil nach Masgab des Mangels gebühre.**

Z. E. Vermög eines Testaments solte ein Vermögen also vertheilet werden, daß die nächste Anverwandten die Helfte, weniger 50 fl. Kirche und Schule $\frac{1}{4}$ des Vermögens, und noch 100 fl. die Stiftungen $\frac{2}{3}$, weniger 150 fl. und ein guter Freund 500 fl. haben solte.

Nimt man hier das Vermögen $= x$, 50 fl $= a$, 100 fl $= b$, 150 fl $= c$, und 500 fl $= d$, so ist die Gleichung:

$$x - \tfrac{1}{2}x + a - \tfrac{1}{4}x - b, - \tfrac{2}{3}x + c - d, = 0.$$

Weil nun hier die Theile von x mehr als ein Ganzes ausmachen, und also nicht subtrahirt werden können, so muß vermög derselbigen der Mangel des Vermögens gesuchet, und alsdann den Theilen nach Proportion weggethan werden.

Z. E. x sei $= 6000$
so ist $\frac{1}{2}x - 50 = 2950$ fl. welche die Anverwandten haben müsten.

3050

$\frac{1}{4}x$ und $100 = 1600$ fl. die Kirche und Schule.

1450

$\frac{2}{3}x - 150 = 3850$ fl. die Stiftungen.

fehlt 2400
und 500 fl, so der Freund haben solte.

fehlen also: 2900 fl.

Nun muß nach der Proportionsregel gesuchet werden, was einem jeden in Ansehung des Mangels gebühre, also: Das Vermögen von 6000 fl. und der Mangel von 2900 fl. d. i. 8900 fl. thut 6000, was macht ein jeder Antheil?

Item: Drei Personen hatten bei einem Concurs $586\frac{1}{12}$ Rthlr. nach Proportion ihrer Forderungen zu theilen, und war des B Forderung $\frac{1}{3}$, weniger 20 Rthlr. von des A Forderung, und des C Forderung $\frac{1}{4}$, weniger $27\frac{1}{4}$ Rthlr. von des A Forderung. Fr. Wie viel hat jedem gebühret?

Des A Forderung sei $= x$, 20 Rthlr. $= b$, $27\frac{1}{4}$ Rthlr. $= c$, und die Summe $= a$.

$$x + \frac{1}{3}x - b + \frac{1}{4}x - c = a \quad (4$$

$$4x + 1\frac{1}{3}x - 4b + x - 4c = 4a \quad (3$$

$$12x + 4x - 12b + 3x - 12c = 12a$$

$$19)\ 19x = 12a + 12b + 12c$$

$$x = \frac{12a + 12b + 12c}{19}$$

Resolution:

$12a = 7033$
$12b = 240$
$12c \quad 327$

19) 7600

$400 = x$ für A,
folglich $113\frac{1}{3}$ für B,
und $72\frac{3}{4}$ für C.

Probe: $586\frac{1}{12}$.

Zur

Zur Uebung folgen noch Exempeln, deren Reductions- oder Auflösungsregeln in dem Vorhergehenden nunmehr genugsam bekant sein müssen.

53) Einer kaufte 3 Stüke Zeug, welche zusammen 117 Ehlen hielten: N°. III. war $1\frac{1}{2}$ so lang, weniger 2 Ehlen, als N°. II. und dieses $\frac{1}{2}$ so lang, weniger 10 Ehlen, als N°. I. Fr. Wie viel hat jedes Stük gehalten? Antw. N°. I, 64 Ehlen, N°. II, 22 Ehlen, und N°. III, 31 Ehlen.

Nennet man die sämtliche Ehlen $= a$, 2 Ehlen $= b$, 10 Ehlen $= c$, und die unbekante Ehlen $= x$, so ist N°. I. $= x$, N°. II. $= \frac{1}{2}x - c$, und N°. III. $= \frac{3}{4}x - 1\frac{1}{2}c$ (dann N°. II. d. i. $\frac{1}{2}x - c$ einmahl und wieder ein halb mahl so viel genommen, macht N°. III.), worzu noch $- b$ komt.

54) Von 702. ℔ kaufte A einen Theil, B die Helfte so viel als sothaner Theil, weniger 10 ℔. und C $\frac{1}{4}$ so viel als des A Theil, weniger $7\frac{1}{4}$ ℔. Fr. Wie viel hat jeder bekommen? Antw. A 411 ℔. B $195\frac{1}{2}$, und C $95\frac{1}{2}$ ℔.

Die ℔. seien $= x$, 10 ℔ $= b$, $7\frac{1}{4}$ ℔ $= c$, und 702 ℔ $= a$.

§. 524. Bestehet eine Gleichung aus vielen Gliedern, so zusammen zu ziehen, oder zu addiren sind, so können solche, des Raums oder der Gemächlichkeit halber, untereinander gesezet und zusammengezogen werden, wie bereits §. 513 gezeiget worden.

Z. E. 1127 fl. sollen in vier Beuteln gethan werden, also, daß in dem Zweiten noch einmahl so viel, weniger 23 fl. als in dem Ersten, in dem Dritten die Helfte so viel als in dem Ersten und Zweiten, weniger 46 fl. und in dem Vierten die Helfte so viel als in dem Ersten und Dritten, und noch 92 fl. sein sol. Fr. Wie viel Gulden müssen in jeden Beutel gethan werden?

Die

Die Gulden in dem ersten Beutel seien $= x$, die Summe $= a$, 23 fl $= b$, 46 fl $= c$, und 92 fl $= d$.

x Gulden im ersten Beutel.
$2x - b$ im Zweiten.
$1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}b - c$ im Dritten.
$1\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}b - \frac{1}{2}c + d$ im Vierten.

$$5\frac{3}{4}x - 1\frac{3}{4}b - 1\frac{1}{2}c + d = 4a \quad (4$$

$$23x - 7b - 6c + 4d = 4a$$

$$23)\ 23x = 4a + 7b + 6c - 4d$$

$$x = \frac{4a + 7b + 6c - 4d}{23}$$

Resolution:

$4a = 4508$ fl.
$7b = 161$
$6c = 276$
————
4945
$-4d = -368$
————
$23)\ 4577$
————
199 fl. müssen in den ersten Beutel gethan werden, wornach die Uebrigen leicht gefunden werden können.

55) Vier Stüke Zeug waren angeschnitten, also, daß N° IV. um $\frac{1}{4}$ und noch um 6 Ehlen kleiner war, als N° II. und N° I. um $\frac{1}{8}$ weniger als N° II. und noch eine Ehle darzu hielte, und N° III. eben so groß als N° II weniger 4 Ehlen war, sämtliche Resten aber zusammen 136 Ehlen hielten. Fr. Wie viel ist der Rest von N° II. gewesen, worauf sich die übrige Resten beziehen (§. 514)? Antw. 40 Ehlen.

Wann 136 Ehlen $= a$, 6 Ehlen $= b$, 1 Ehle $= 1$, 4 Ehlen $= c$, und die Ehlen von N° II. $= x$ genommen werden, so giebt sich die Gleichung von selbsten.

56) Aus einer grossen Stadt ward geschrieben, daß im verflossenen Jahr $3\frac{1}{2}$ mahl so viel Kälber als Ochsen, und noch 20 darüber, ferner eben so viel Schaafe als Kälber, und noch den sechsten Theil so viel als Ochsen, weniger 30 Stük, und endlich um den halben Theil so viel Schweine als Ochsen, Kälber und Schaafe, und noch 500 Stük darzu, zu Markt getrieben worden, sämtliche Stüke aber 37265 ausmachten. Fr. Wie viel waren der Ochsen, wornach die übrige Stüke gesucht werden müssen? Antw. 3000 Ochsen.

Wann $20 = b$, $30 = c$, $500 = d$, die Summe $= a$, und die unbekante Zahl der Ochsen $= x$ genommen wird, so ist die Gleichung:

Ochsen x.
Kälber $3\frac{1}{2}x + b$.
Schaafe $3\frac{1}{2}x + b + \frac{1}{6}x - c$.
Schweine $\frac{1}{2}x + 1\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}b + 1\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}b + \frac{1}{12}x - \frac{1}{2}c + d = a$.

Diese Glieder werden nun, wie vorhin, so weit es thunlich ist, addirt, in eine Reihe gesezet, und gewöhnlich behandelt.

Item: **Was ist der Wehrt von einer Münze, von welcher $\frac{2}{3}$, weniger $\frac{3}{4}$, und wieder die Helfte derselben, einen Gulden machen?**

Wann die unbekante Grösse $= x$, und der Gulden $= 1$, so ist die Gleichung:

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = 1 \quad (4$$
$$2\frac{2}{3}x - 3x + 2x = 4 \quad (3$$
$$8x - 9x + 6x = 12$$
$$14x - 9x = 12$$
$$5)\ 5x = 12$$
$$x = \frac{12}{5}, \text{ oder } 2\frac{2}{5} \text{ fl. ist der Wehrt der Münze.}$$

57) Wie viel ist für ein Pfund bezahlt worden, da halb so viel, ein Drittheil so viel, und noch 5 fl. zehn Gulden machen? Antw. 6 fl.

Die unbekante ℔. seien $= x$, 5 fl $= a$, und 10 fl $= b$.

§. 525. **Bei dem Grössern der Glieder giebt es einen Vortheil**, wann man die ungleiche Nenner multiplicirt, und mit dem Product das Grössern auf einmahl verrichtet, dabei schon bekant ist, daß diejenige Nenner, welche in einem gleichen oder grössern Nenner aufgehen, wegbleiben (§. 522).

Z. E. Die Gleichung der vorstehenden Vorgabe kan also gegrössert werden:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + a = b \quad (6$$
$$3x + 2x + 6a = 6b$$

58) Man hat verschiedene Ehlen Zeug gekauft, und vergessen, wie viel für die Ehle bezahlt worden: das weiß man aber, wann für sämtliche Ehlen noch halb so viel, ein Viertheil so viel, und noch $1\frac{1}{2}$ Thlr. wäre gegeben worden, der Betrag 26 Thlr. gewesen wäre. Fr. Wie viel ist bezahlt worden? Antw. 14 Thlr.

Die unbekante Thaler, so gegeben worden, seien $= x$, $1\frac{1}{2}$ Thlr. $= a$, und 26 Thlr. $= b$.

Item: A hat ein gewisses Geld bestimt, um damit B und C von ihren Schuldenlasten zu entledigen: bezahlt er dem B seine Schulden, so bleibet von dem Gelde $\frac{2}{3}$ übrig: bezahlt er dem C die Schulden, so bleiben $\frac{1}{5}$ übrig; wil er aber beider Schulden bezahlen, so hat er noch 8 Thlr. übrig. Fr. Wie viel ist des bestimten Geldes, und eines jeden Schuld?

Das bestimte Geld sei $= x$, mithin ist des B Schuld $= \frac{1}{3}x$ (weil $\frac{2}{3}$ übrig bleiben), und des C Schuld $= \frac{4}{5}x$ (weil $\frac{1}{5}$ übrig bleiben), und 8 Thlr. $= a$.

Weil

Weil nun beider Schulden, $\frac{1}{3}x$ und $\frac{4}{9}x$, das bestimte Geld, nemlich $x - 8$ Thlr. ausmachen, so ist die Gleichung offenbar also:

$$\frac{1}{3}x + \frac{4}{9}x = x - a \quad (9$$

$$3x + 4x - 9x = -9a$$

$$7x - 9x = -9a$$

$$-2) \; -2x = -9a$$

$$x = \frac{-9a}{-2} \quad \text{(s. §.96).}$$

Resolution:

$$-9a = -72$$

$$-2) \overline{}$$

36 Thlr. war die Schuld, folglichen des A Schuld 12, und des B Schuld 16 Thlr.

Diese Gleichung kan auch also gemacht werden:

$$a + \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}x = x.$$

59) Als einer um sein jährlich Salarium gefragt wurde, antwortete er: Zahle ich meinen Tisch, so bleiben $\frac{2}{3}$ desselben übrig: zahle ich mein Logis, so habe ich noch $\frac{3}{4}$ übrig: nehme ich den Betrag für Kleidung, und andere Kleinigkeiten, davon weg, so ist der Rest $\frac{4}{5}$: folglichen habe ich noch $19\frac{1}{2}$ fl. übrig. Fr. Wie groß war das Salarium? Antw. 90 fl.

Wann das Salarium $= x$ und $19\frac{1}{2}$ fl $= a$ genommen wird, so ist die Gleichung, wie vorhin.

60) A, B, C und D solten eine Verehrung also theilen, daß A $5\frac{1}{2}$ Thlr. B die Helfte von der Verehrung, C $\frac{1}{5}$ derselben, und D $\frac{1}{7}$ bekomme. Fr. Wie viel Thaler war dieselbige? Antw. 35 Thlr.

Hier werden, wie vorhin, $5\frac{1}{2}$ Thlr. $= a$, und die sämtliche Thlr. $= x$ genommen.

Item:

Item: Wann von etlichen Thalern die Helfte, ein Drittheil und ein Viertheil addirt wird, so komt 1 Thlr. mehr, als der Thaler sind. Fr. Wie viel sind derselben?

Hier ist ganz deutlich, daß die Theile von x, weniger 1, dem x, d. i. den etlichen Thalern, gleich seien, daher die Gleichung ist:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - 1 = x \quad (12$$

$$6x + 4x + 3x - 12 = 12x$$

$$6x + 4x + 3x - 12x = 12$$

$$13x - 12x = 12$$

$x = 12$ sind der Thaler; dann $\frac{1}{2}$ ist $= 6$

$\frac{1}{3}$ „ $= 4$

$\frac{1}{4}$ „ $= 3$

13, also 1 mehr.

61) Wann man die Helfte, den vierten, den fünften und den achten Theil der Ehlen eines Stük Leinwands addirt, so bekomt man drei Ehlen mehr, als das Stük hält. Fr. Wie viel hält solches Ehlen? Antw. 40 Ehlen.

Wann die sämtliche Ehlen $= x$, 3 Ehlen $= a$, so machen die Theile von $x - a$ den einen Theil der Gleichung.

62) Als man aus einem Fäßlein Wein die Helfte, und den dritten Theil, gethan hatte, war noch der vierte Theil, weniger 3 Maas, übrig. Fr. Wie viel hat das Fäßlein gehalten? Antw. 36 Maas.

Die sämtliche Maas, als der eine Theil der Gleichung, seien $= x$, und 3 Maas $= a$, so bestehet der andere Theil der Gleichung in den Theilen von $x - a$.

Item: In einer belagerten Vestung lage $1\frac{1}{2}$ mahl so viel Infanterie als Cavallerie, davon thate $\frac{2}{3}$ der Infanterie, und $\frac{3}{4}$ der Cavallerie einen Ausfall: ehe aber die übrige 600 Mann Cavallerie und Infanterie nachkamen, ward die Vestung mit Sturm erobert, folglichen musten solche zurük bleiben.

bleiben. Fr. Wie viel Infanterie und Cavallerie hat darinnen gelegen?

Die Cavallerie sei $= x$, so ist die Infanterie $= 1\frac{1}{2}x$, und die ganze Besazung: $x + 1\frac{1}{2}x$.

Davon giengen weg: $\frac{2}{3}$ der Infanterie, d. i. x, dann $\frac{2}{3}x$ aus $1\frac{1}{2}x$ bringt x, und $\frac{3}{4}$ der Cavallerie, d. i. $\frac{3}{4}x$, dann $\frac{3}{4}x$ aus x giebt $\frac{3}{4}$ (s. §. 80 N. 1), 600 Mann aber blieben zurük, welche $= a$ sein können.

Dahero ist die Gleichung ganz begreiflich:

$$x + 1\frac{1}{2}x = x + \frac{3}{4}x + a$$

$$x + 1\frac{1}{2}x - x - \frac{3}{4}x = a \quad \text{Red.}$$

$$\frac{3}{4}x = a \quad \text{Mit 4 gegrösser t.}$$

$$3)\ 3x = 4a$$

$$x = \frac{4a}{3}$$

Resolution:

$$4a = 2400$$

$$3)\ \overline{}$$

800 Mann Cavallerie;
folglich 1200 Mann Infanterie.

63) Ein Cassirer hatte noch 356 Stük französische Laubthaler und Conventionsthaler in Casse, wovon er sich erinnerte, daß er $6\frac{1}{2}$mahl so viel Conventionsthaler als Laubthaler gehabt, und daß er $\frac{3}{4}$ von den Conventionsthalern, und $\frac{2}{5}$ von den Laubthalern, weggegeben habe. Fr. Wie viel muß er demnach von beiden Sorten gehabt haben? Antw. 160 Stük Laubthaler, und 1040 Stük Conventionsthaler.

Die Laubthaler seien $= x$, mithin die Conventionsthaler $= 6\frac{1}{2}x$, sodann sind $\frac{3}{4}$ von den Conventionsthalern $= 4\frac{7}{8}x$, und $\frac{2}{5}$ von den Laubthalern $= \frac{2}{5}x$, die 356 Stük Laubthaler und Conventionsthaler können gleich a sein.

64) Ein Banquier hatte in Casse $4\frac{1}{2}$mahl so viel Ducaten als Carolinen: davon nahm er $\frac{3}{4}$ der Ducaten und $\frac{2}{3}$ der Carolinen heraus, und blieben noch 350 Stůk von Ducaten und Carolinen zusammen übrig. Fr. Wie viel sind der Ducaten und Carolinen in Casse gewesen? Antw. 240 Stůk Carolinen, folglichen 1080 Stůk Ducaten.

Die Carolinen seien $= x$, mithin die Ducaten $4\frac{1}{2}x$, $\frac{3}{4}$ der Ducaten sind $= 3\frac{3}{8}x$, und $\frac{2}{3}$ der Laubthaler $= \frac{2}{3}x$, 350 können $= a$ genommen werden.

Item: Ein General überliesse verschiedenen tapfern Officieren ihre gemachte Beute, mit dem Beding, daß A 1000 fl. voraus, und vom Uebrigen $\frac{1}{5}$, B wiederum 2000 fl. voraus, und den fünften Theil vom Uebrigen, u. s. f. immer der Folgende 1000 fl. mehr voraus, und $\frac{1}{5}$ vom Rest, so lange NB. noch ein Rest vorhanden, haben solte: da nun bei dem Theilen einer so viel als der andere bekam, so ist die Frage: Wie groß die Beute, und wie viel der Officieren gewesen?

Die Beute sei $= x$, 1000 fl $= a$, und 2000 fl $= b$.

Hiervon bekomt A:

$$a + \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}a$$

Dann weil $\frac{1}{5}x$ der fünfte Theil aus der ganzen Beute ist, a aber erst weggethan sein soll, ehe $\frac{1}{5}$ genommen werde, so enthält $\frac{1}{5}x$ den fünften Theil vom a zu viel, mithin muste $\frac{1}{5}a$ wieder weggethan werden.

Dieser Theil des A wird nun von der Beute ordentlich subtrahirt (§. 68).

$$\frac{x - a - \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}a}{\frac{4}{5}x - \frac{4}{5}a} \text{ bleibet von der Beute übrig.}$$

Von diesem Rest gehöret dem B erst b voraus, und alsdann vom Uebrigen $\frac{1}{5}$, welches also bezeichnet wird:

$$b + \frac{4}{25}x - \frac{4}{25}a - \frac{1}{5}b$$

Dann $\frac{1}{5}x$ aus $\frac{4}{5}x$ giebt $\frac{4}{25}x$, und $\frac{1}{5}a$ aus $-\frac{4}{5}a$ ist $-\frac{4}{25}a$; und weil, wie vorhin bei dem Theil des A geschehen, aus dem sämtlichen Rest $\frac{1}{5}$ genommen worden, da doch b vorher hätte weggethan werden sollen, mithin der Theil um $\frac{1}{5}a$ zuviel enthält, so muste solches $\frac{1}{5}b$, eben wie vorhin $\frac{1}{5}a$, weggethan werden.

Wird

Wird nun mit dem ersten und zweiten Theil eine Gleichung formirt, wie sie dann, vermög der Vorgabe, würklich gleich sein müssen, so erfähret man durch die Reduction den Wehrt von x, oder die Summe der Beute, also:

$$a + \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}a = b + \frac{4}{25}x - \frac{4}{25}a + \frac{1}{5}b$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{25}x = b - \frac{4}{25}a - \frac{1}{5}b - a + \frac{1}{5}a$$

$$\frac{1}{25}x = b + \frac{1}{25}a - \frac{1}{5}b - a \ (25$$

$$x = 25b + a - 5b - 25a$$

$$x = 20b - 24a$$

Resolution:

$$20b = 40000$$
$$-24a = -24000$$
$$16000 = x, \text{ oder die Beute.}$$

Probe:

16000 fl.
− 1000
5) 15000 } 4000 fl. für A.
3000

12000
− 2000
5) 10000 } 4000 fl. für B.
2000

8000
− 3000
5) 5000 } 4000 fl. für C.
1000

4000 fl. für D.

Nach der Allgemeinheit der Buchstaben (§. 494) kan man nun für a eine beliebige ganze oder gebrochene Zahl erwählen, und für b das Duplum nehmen, sodann a mit 24 und b mit 20 multipliciren, und alsdann das erste Product vom Zweiten subtrahiren, so ist der Rest die Zahl.

Z. E. Man wolte die Zahl wissen, welche also in gleiche Theile getheilet werden könne, daß A $1\frac{1}{3}$ voraus, und vom Rest den fünften Theil, B vom Rest noch einmahl so viel als A, d. i. $2\frac{2}{3}$, voraus, und vom Rest wieder den fünften Theil, u. s. f. immer der Folgende $1\frac{1}{3}$ mehr als der Vorhergehende voraus, und alsdann $\frac{1}{5}$ vom Rest erhalte, so findet man solche also:

$$\begin{array}{r} 24a \\ 1\frac{1}{3} \\ \hline 32 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20b \\ 2\frac{2}{3} \\ \hline 40 \\ 13\frac{1}{3} \\ \hline 53\frac{1}{3} \\ -32 \\ \hline 21\frac{1}{3} \end{array}$$ ist die Zahl.

Probe:

$$\begin{array}{r} 21\frac{1}{3} \\ -1\frac{1}{3} \\ \hline 5)\,20 \\ 4 \\ \hline 16 \\ -2\frac{2}{3} \\ \hline 5)\,13\frac{1}{3} \\ 2\frac{10}{15} \\ \hline 10\frac{2}{3} \\ -5\frac{1}{3} \\ \hline 5\frac{1}{3} \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \left.\right\} 5\frac{1}{3} \\ \\ \\ \\ \left.\right\} 5\frac{1}{3} \end{array}$$

§. 526. Es werden aber auch die Zahlen, welche auf vorbemeldte Weise getheilet werden sollen, ohne algebraische Gleichungen, und zwar leichter, gefunden, wann man von dem gegebenen Theilsnenner 1 subtrahirt, und den Rest quadrirt.

Z. E. Welches ist die Zahl, von welcher erst 1 subtrahirt und von dem Rest der fünfte Theil genommen, sodann 2 subtra-

subtrahirt und wieder von dem Rest der fünfte Theil genommen wird, u. s. f. daß alle Theile gleich kommen.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -1 \\ \hline 4 \end{array}$$ mahl 4 ist 16, als die Zahl.

Probe:

$$\begin{array}{r} 16 \\ -1 \\ \hline 5)\,15 \\ 3 \\ \hline 12 \\ -2 \\ \hline 5)\,10 \\ 2 \\ \hline 8 \\ 3 \\ \hline 5)\,5 \\ -1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \left.\right\}4 \\ \left.\right\}4 \\ \left.\right\}4 \end{array}$$

Sol nun nach Masgab einer Vorgabe mehr als 1 zum Voraus weggethan werden, so wird das erhaltene Quadrat mit sothaner Zahl multiplicirt.

Z. E. Die Zahl solte gesucht werden, von welcher erst $1\frac{1}{2}$ weggethan und vom Rest der achte Theil genommen, sodann 3 weggethan und vom Rest wieder der achte Theil genommen werden könne, u. s. f.

$$\begin{array}{r} 8 \\ -1 \\ \hline 7 \end{array}$$ mahl 7 ist 49, und $1\frac{1}{2}$ mahl 1 ist $1\frac{1}{2}$, damit 49 multiplicirt, komt: $73\frac{1}{2}$ als die Zahl.

Probe:

$73\frac{1}{2}$
$-1\frac{1}{2}$
$8)\;72$ } $10\frac{1}{2}$
9
63
-3
$8)\;60$ } $10\frac{1}{2}$
$7\frac{1}{2}$
$52\frac{1}{2}$
$-4\frac{1}{2}$
$8)\;48$ } $10\frac{1}{2}$
6
42
-6
$8)\;36$ } $10\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$
$31\frac{1}{2}$
$-7\frac{1}{2}$
$8)\;24$ } $10\frac{1}{2}$
3
21
-9
$8)\;12$
$1\frac{1}{2}$
$10\frac{1}{2}$

Item: Wann von einem halben Gulden der dritte Theil von einer andern Münze genommen wird, so ist der Rest so viel, als wann von $\frac{1}{3}$ fl. der vierte Theil von jener unbekanten Münze genommen würde. Fr. Welches ist die unbekante Münze?

Die unbekante Münze sei $= x$, und die Gulden $= a$.

$\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}x$

$-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = \frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a$ (4

$-1\frac{1}{3}x + x = 1\frac{1}{3}a - 2a$ (3

$-4x + 3x = 4a - 6a$

$-x = -2a$, oder 2 fl; dann $\frac{1}{3}$ von 2 fl, d.i. $\frac{2}{3}$ fl. von $\frac{1}{2}$ fl. genommen, fehlt $\frac{1}{6}$ fl. Und wann von $\frac{1}{3}$ fl. der vierte Theil von 2 fl, d. i. $\frac{1}{2}$ fl, genommen wird, so fehlt auch $\frac{1}{6}$ fl.

65) Was ist das für eine Grösse, wann man $\frac{3}{4}$ derselben von $\frac{7}{8}$ fl, und $\frac{3}{8}$ derselben von $\frac{3}{4}$ fl. nimt, die Reste gleich kommen? Antw. $\frac{1}{3}$ fl.

Die Gleichung ist: $\frac{7}{8}a - \frac{3}{4}x = \frac{3}{4}a - \frac{3}{8}x$.

66) Was muß das für eine Zahl sein, wann $\frac{2}{3}$ derselben von $1\frac{1}{2}$ subtrahirt, und die Helfte von jener unbekanten Zahl zu $\frac{1}{4}$ addirt wird, daß jener Rest und diese Summe gleich kommen? Antw. $1\frac{1}{14}$.

Die Gleichung ist: $1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}x = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x$.

Item: Der Mangel $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ einer unbekanten Grösse ist eben so groß, als wann man $\frac{1}{4}$ fl. hätte, und solte $1\frac{1}{2}$ fl. ausgeben. Fr. Was ist der Wehrt der unbekanten Grösse?

Die unbekante Grösse sei: $= x$, und der fl $= a$.

$-\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}a - 1\frac{1}{2}a$ (4

$-1\frac{1}{3}x - 2x = a - 6a$ (3

$-4x - 6x = 3a - 18a$

10) $-10x = -15a$

$-x = -1\frac{1}{2}a$ ist der Wehrt von x; dann $\frac{1}{3}x$ und $\frac{1}{2}x$ thut $\frac{5}{6}x$: diese aus $1\frac{1}{2}$ genommen, kommen $1\frac{1}{4}$ Mangel, eben als wann von $\frac{1}{4}$ fl. $1\frac{1}{2}$ fl. genommen werden sol, da auch $1\frac{1}{4}$ fl. fehlen.

67) Einer ist schuldig $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ von einer unbekanten Grösse, welches eben so viel ist, als der noch $\frac{1}{2}$ fl. hat,

und $3\frac{1}{8}$ fl. zahlen sol. Fr. Wie groß ist jene unbekante Schuld? Antw. $5\frac{5}{6}$ fl.

Die Gleichung ist: $-\frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x = \frac{1}{2}a - 3\frac{1}{8}a$.

68) Von einem Stůk Leinwand war die Helfte und $\frac{1}{8}$ desselben abgeschnitten, und noch so viel Ehlen ůbrig, als demjenigen fehleten, welcher $12\frac{1}{2}$ Ehlen hatte, und 60 Ehlen haben muste. Fr. Wie groß war jenes Stůk? Antw. 76 Ehlen.

Die Gleichung ist: $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x = 12\frac{1}{2}a - 60a$.

Item: Was ist das fůr eine Zahl, deren fůnfter Theil um 45 grősser ist, als der sechste Theil derselben?

Die Zahl sei $= x$ und $45 = a$.

$$\frac{1}{5}x - a = \frac{1}{6}x$$
$$\frac{1}{5}x - \frac{1}{6}x = a \quad 6)$$
$$1\frac{1}{5}x - x = 6a \quad (5$$
$$6x - 5x = 30a$$
$$x = 30a$$

Resolution:

$30a = 1350$ ist die Zahl.

Probe: 5.6)
270 der fůnfte Theil.
225 der sechste Theil.
45 mehr.

Oder umgewandt:

Was ist das fůr eine Zahl, deren neunter Theil um 50 kleiner ist, als der achte Theil derselben?

50 sei $= a$.

$$\frac{1}{9}x + a = \frac{1}{8}x$$
$$\frac{1}{9}x - \frac{1}{8}x = -a \quad (8$$
$$\frac{8}{9}x - x = -8a \quad (9$$
$$8x - 9x = -72a$$
$$-x = -72a$$

Resolution:

$72a = 3600$ die Zahl.

Probe: 8.9)
450 der achte Theil.
400 der neunte Theil.
50 mehr.

69) Von

69) Von einer Summe Thaler bekam A den fünften Theil, und B den vierten Theil, welcher um 21 Thlr. grösser war, als der fünfte Theil. Fr. Wie groß war die Summe? Antw. 420 Thlr.

Die Gleichung ist: $\frac{1}{4}x - a = \frac{1}{5}x$.

70) A hatte von einer Summe Gulden den fünften Theil, und B den achten Theil, welcher 14 fl. weniger war. Fr. Wie groß war die Summe? Antw. $186\frac{2}{3}$ fl.

Die Gleichung ist: $\frac{1}{8}x + a = \frac{1}{5}x$.

§. 527. **Befinden sich bei Gleichungen, wie bisher (§. 518 u. f.), unbekante Grössen mit gebrochenen Coefficienten, so hindern solche zwar an der Allgemeinheit nicht, jedoch machen sie dieselbige beschwerlich; derohalben man entweder nur in Absicht auf die bekante Grössen ähnliche Vorgaben componirt, oder, wie hernach folgt, für die Brüche Buchstaben annimt, und solche allgemein machet.**

Z. E. Es sei die nächstvorstehende Gleichung und Reduction:

$$\frac{1}{8}x + a = \frac{1}{5}x$$

$$\frac{1}{8}x - \frac{1}{5}x = -a \quad (8$$

$$x - 1\frac{3}{5}x = -8a \quad (5$$

$$5x - 8x = -40a$$

$$-3) \quad -3x = -40a$$

$$x = \frac{-40a}{-3}$$

Bei diesem erhaltenen Wehrt von x kan man nun für die bekante Grösse a, als den Unterschied beider Brüche, eine Zahl nehmen, wie man wil, dieselbige mit 40 multipliciren, und das Product mit 3 dividiren, so hat man die Zahl, welche die verlangte Eigenschaften hat.

Z. E. Man wolte die Zahl wissen, deren achter Theil $12\frac{1}{3}$ weniger sei als der fünfte Theil derselben.

$40a = 493\frac{1}{3}$, d. i. 40mahl $12\frac{1}{3}$.

3) $164\frac{4}{9}$

Probe: 5 . 8)

$32\frac{40}{45}$	$\frac{8}{9}$ der fünfte Theil.	
$20\frac{40}{72}$	$\frac{5}{9}$ der achte Theil.	
$12\frac{1}{3}$.	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{3}$ der Unterschied.

§. 528. **Wil man die Gleichungen ganz allgemein haben,** so werden für die Coefficienten, wie gedacht, Buchstaben erwählet, gleichwie solches bereits §. 515 bei ganzen Coefficienten geschehen ist, und man handelt alsdann vollkommen algebraisch (§. 502).

Z. E. Wann bei vorstehender Vorgabe die zu suchende Summe $= x$, der Unterschied der Theile $12\frac{1}{3} = a$, der kleinere Theil $\frac{1}{8} = b$, und der grössere Theil $\frac{1}{5} = c$, so ist die Gleichung und Reduction:

$$bx + a = cx$$

$$b - c)\ bx - cx = -a$$

$$x = \frac{-a}{b - c}$$

Die Formel: $\frac{-a}{b-c}$ ist nun die allgemeine Antwort auf alle und jede Vorgaben dieser Art, dabei es nur auf die Resolution ankomt.

Z. E. Wie groß müste die Zahl sein, wann solche also getheilet werden solte, daß $\frac{1}{6}$ derselben um $4\frac{1}{2}$ kleiner wäre als ihr vierter Theil?

Resolution: 24

$-a = -4\frac{1}{2}$ $\qquad b = \frac{1}{6} \cdot 4$

$-c = -\frac{1}{4} \cdot 6$

-2, also $-\frac{2}{24}$, oder $-\frac{1}{12}$: mit diesem $-\frac{1}{12}$ $-4\frac{1}{2}$ dividirt, komt die verlangte Zahl, nemlich 54 (s. §. 96).

Probe: 54

4 . 6) $13\frac{1}{2}$ der vierte Theil.
9 der sechste Theil.

$4\frac{1}{2}$ Unterschied.

§. 529. Da also diese ganz allgemeine Auflösung und reine Algebra einen augenscheinlichen Vorzug vor jener nur zum Theil allgemeinen Auflösung hat, so werden Lernende wohl thun, wann sie die vorhergehende Vorgaben noch einmahl, und zwar ganz algebraisch, auflösen, wie dann zu dem Ende in der Folge sothane Auflösung beobachtet werden sol.

Item: **Ein Handelsmann verkauft etliche Centner Waar von gleicher Güte und Preis, und erhielte baare Zahlung; hätte er für jeden Centner 100 fl. bekommen, so wären 50 fl. Verlust, hätte er aber für jeden Centner 116 fl. erhalten, so wären 110 fl. Gewinn gewesen. Fr. Wie viel Centner hat er verkauft, und was haben solche nach dem Einkauf gestanden?**

Die Centner seien $= x$, 50 fl $= a$, 110 fl $= b$, 100 fl $= c$, und 116 fl $= d$.

Die Centner mit 100 fl. multiplicirt, und 50 fl. welche Einkaufs mehr gegeben worden, und also beim Verkauf Verlust wären, sind gleich dem Gegensaz, also:

$$cx + a = dx - b$$

$$c - d) \; cx - dx = -a - b$$

$$x = \frac{-a - b}{c - d}$$

Resolution:

$$c = 100 \qquad -a = -50$$

$$-d = -116 \qquad -b = -110$$

$$-16 \qquad -16) \; -160$$

10 Centner.

Probe:

10 Centner à 100 fl. thun 1000 fl.
50 fl. höher eingekauft.
1050

10 Centner à 116 fl. thun 1160 fl.
110 fl. geringer eingekauft.
1050

71) Eine Compagnie Soldaten bekam, wegen gemachten Ehrenbezeugungen, ein Geschenk: hätte man einem Mann 1 fl. davon gegeben, so wären $21\frac{3}{5}$ fl. zu wenig gewesen; hätte man aber einem 42 Kreuzer, d. i. $\frac{7}{10}$ fl. gegeben, so wären $10\frac{4}{5}$ fl. übrig geblieben. Frage: Wie stark war die Compagnie? Antwort: 108 Mann.

Wann die Soldaten $= x$, $21\frac{3}{5}$ fl $= a$, $\frac{7}{10}$ fl $= b$, und $10\frac{4}{5}$ fl $= c$, so ist die Gleichung: $1x - a = bx + c$.

72) Einer wil für ein bestimtes Geld Waar kauffen: zahlet er $\frac{1}{3}$ fl. für das ℔. so hat er $5\frac{5}{6}$ fl. übrig; zahlet er aber $\frac{3}{5}$ fl. für das ℔, so hat er $17\frac{1}{2}$ fl. zu wenig. Fr. Wie viel ℔. wil er für solches bestimte Geld kauffen? Antw. $87\frac{1}{2}$ ℔.

Die ℔. seien $= x$, $\frac{1}{3}$ fl $= a$, $5\frac{5}{6}$ fl $= b$, $\frac{3}{5}$ fl $= c$, $17\frac{1}{2}$ fl $= d$, so ist die Gleichung: $ax + b = cx - d$.

Item: Ein Courier, der vor 3 Tagen mit dem Auftrag abgefertiget worden, Tag und Nacht 24 Stunden Weegs zu machen, wurde durch einen andern Courier eingeholet, der Tag und Nacht 30 Stunden Weegs zurük legte. Fr. Den wievielten Tag hat dieser jenen eingeholet?

Drei Tage seien $= a$, und 24 Stunden $= b$, so sind ab die Stunden, welche der erste Courier voraus hatte.

Die unbekante Täge, da er alsdann eingeholet worden, seien $= x$, welche ebenfals mit 24, d. i. b, multiplicirt werden, davon das Product bx, folglichen hat der erste Courier $ab + bx$ gemacht.

Der andere Courier hatte in x Tagen, da er täglich 30 Stunden, welche $= c$ seien, machte, eben so viel Weeg als jener zurük gelegt, welcher $= cx$, mithin die Gleichung diese ist:

$$ab + bx = cx$$

$$b - c)\ bx - cx = -ab$$

$$x = \frac{-ab}{b - c}$$

Resolu-

Resolution:

$$-ab = -72$$

$$b = 24$$
$$-c = -30$$
$$\overline{\quad -6} \qquad -6) -72 \mid 12 \text{ Tage.}$$

Probe:

12 Tage des zweiten Couriers zu 30 Stunden, thun . . 360
12 und 3 Tage voraus, nemlich 15 Tage des ersten Couriers zu 24 Stunden, thun auch 360

73) Ein Possamentirer machte täglich 10 Ehlen Borden, ein anderer aber konte deren täglich 12 Ehlen fertig machen; wann nun dieser 8 Tage später als jener zu arbeiten anfinge, und alsdann mit ihme in sothanem Verhältnis fortarbeitete, Fr. In wie viel Tagen würde er eben so viel als jener fertig haben? Antw. in 40 Tagen.

Wann 8 Tage $= a$, 10 Ehlen $= b$, die unbekante Tage $= x$, und 12 Ehlen $= c$, so ist die Gleichung:

$$ab + xb = cx.$$

74) Einer miethete einen Taglöhner, und versprach ihme täglich 16 kr. zu geben: zehn Tage hernach nahm er zu eben der Arbeit noch einen an, und gab ihme täglich 4 kr. mehr als jenem: nach vollendeter Arbeit bekam einer so viel als der andere. Fr. Wie lang hat lezterer mit jenem gearbeitet? Antw. 40 Tage.

10 Tage seien $= a$, 16 kr. $= b$, die unbekante Tage $= x$, und 20 kr. $= c$, so giebt es die vorige Gleichung.

Item: **Unter eine Compagnie Soldaten von 69 Mann Gemeinen und Unterofficiers wurden 330 fl. also vertheilt, daß jeder Unterofficier 10 fl. und jeder der Gemeinen 4 fl. bekam. Frage: Wie viel waren der Unterofficiers und Gemeinen?**

Hier sind offenbar 330 fl. der eine Theil der Gleichung, welche $= a$ sein sollen.

Die sämtliche Mannschaft 69 sei $= b$, und 4 fl. $= c$, so hat man bc fl.

Die Unterofficiers seien $= x$, und 10 fl. $= d$, so giebt solches xd fl.

Weil nun in der sämtlichen Mannschaft die Unterofficiers begriffen, so sind xc fl. zu viel, welche wieder subtrahirt werden.

$$bc + xd - xc = a$$
$$d - c)\ xd - xc = a - bc$$
$$x = \frac{a - bc}{d - c}$$

Resolution:

$$d = 10 \qquad a = 330$$
$$-c = 4 \qquad -bc = -276$$
$$6 \qquad 6)\ 54 \mid 9$$

9 Unterofficiers, mithin 60 Gemeine.

Probe: 9 Unterofficiers à 10 fl. thun 90 fl.
60 Gemeinen à 4 fl. thun . . 240
330 fl.

75) Man hat Carolinen zu 11 fl. und Ducaten zu 5 fl. zusammen 50 Stük, welche 370 fl. betragen. Fr. Wie viel ist jede Sorte? Antw. 20 Carolinen und 30 Ducaten.

370 fl. seien $= a$, 50 Stük $= b$, 5 fl. $= c$, die Carolinen x, und 11 fl. $= d$, so ist die Gleichung:

$$bc + xd - xc = a.$$

76) Zwei Stüke blau und grün Tuch halten zusammen 57 Ehlen, davon die Ehle des blauen 3 fl. und die Ehle des grünen 2 fl. gilt, und zusammen 140 fl. machen. Fr. Wie viel hält das blaue Stük? Antw. 26 Ehlen, mithin das grüne 31 Ehlen.

Wann 140 fl. $= a$, 57 Ehlen $= b$, 3 fl. $= c$, das blaue Tuch $= x$, und 2 fl. $= d$, so ist die Gleichung:

$$bd + xc - xd = a.$$

Item:

Item: Man hat zwei Kistlein, A und B, mit Waar: in B befinden sich 20 ℔. mehr als in A, von beiden aber ist der Betrag 100 fl. Da nun in A 1 ℔. 2 fl. und in B 1 ℔. 3 fl. gilt, so ist die Frage: Wie viel ℔. in jedem Kistlein sind?

Wann 100 fl. als der eine Theil der Gleichung $= a$, die ℔. in A $= x$, sodann eben so viel ℔. in B $= x$, 20 ℔. a part in B $= b$, 2 fl $= c$, und 3 fl $= d$, so ist die Gleichung ganz deutlich:

$$xc + xd + bd = a$$
$$c + d)\ xc + xd = a - bd$$
$$x = \frac{a - bd}{c + d}$$

Resolution:

$$a = 100 \text{ fl.}$$
$$-bd = -60$$
$$c + d = 5)\ 40$$

8 ℔. in A, mithin
28 ℔. in B.

Probe: 8 ℔. à 2 fl. thun 16 fl.
28 ℔. à 3 fl. " 84
100 fl.

77) Zween Reisende, C und D, verzehrten in einem Gasthaus 195 fl. weil nun C 15 Tage långer als D daselbst logiret, und des Tags 4 fl. hingegen D 5 fl. bezahlen muste, so ist die Frage: Wie viel Tage ein jeder allda logirt habe? Antw. C 30, und D 15 Tage.

Die Tage von C seien $= x$, desgleichen von D auch $= x$, die 15 Tage, so C långer logiret $= b$, 4 fl. welche C tåglich bezahlet $= c$, 5 fl. welche D tåglich verzehret $= d$, und 195 fl $= a$, so ist die Gleichungsformel:

$$xd + xc + bc = a.$$

78) Ein

78) Ein Münzmeister solte für 1050 fl. zweierlei Medaillen verfertigen, und zwar die Grössere zu 5 fl. und 30 Stüke mehr als der Kleinern, diese aber zu 4 fl. Fr. Wie viel Stüke haben von jeder Gattung geprägt werden können? Antw. Von der Grössern 130, und von der Kleinern 100 Stüke.

Wann 1050 = a, jede Sorte = x, 30 Stüke = b, 5 fl. = c, und 4 fl. = d, so ist die Gleichung, wie vorhin.

Item: **Ein Vater gab seinen Sohn in die Kost, accordirte monatlich 5 fl. zu zahlen, und gab sogleich 92 fl. darauf: nach 3 Monaten brachte er noch einen Sohn, und versprach für denselben 6 fl. monatlich zu geben, so lange, als die 92 fl. noch währeten. Fr. Wie weit haben solche noch gereichet?**

92 fl. als der eine Theil der Gleichung, sei = a, 3 Monate = b, 5 fl. = c, welches giebt: bc, die Helfte der unbekanten Monate = x, also, daß x Monate für den Ersten mit 5 fl. d. i. c, und 6 Monate für den Zweiten mit 6 fl. welche = d seien, multipliciret werden, folglichen die Gleichung also ist:

$$bc + xc + xd = a$$

$$c + d)\ xc + xd = a - bc$$

$$x = \frac{a - bc}{c + d}$$

Resolution:

$$a = 92 \text{ fl.}$$
$$-bc = -15$$
$$c + d = 11)\ 77$$

7 Monate.

Dann 7 Monate à 6 fl. und 7 Monate à 5 fl. und noch 3 Monate à 5 fl. machen zusammen 92 fl.

79) A wolte seinen Freund B in N besuchen, welches eine Reise von 180 Stunden ist: Vier Tage hernach beschloß B, den A an seinem Ort zu besuchen, und machte täglich einen Weeg von 17 Stunden, währender welchen jener nur 14 Stunden zurük legte. Fr. Wel-

Fr. Welchen Tag kamen sie zusammen? Antw. Am vierten Tag.

180 Stunden seien $= a$, als der eine Theil der Gleichung, diesen sind gleich: 4 Tage zu 14 Stunden, welche $= b$ und c, oder bc seien, sodann x Tage wieder zu 14 Stunden, d. i. xc, und x Tage zu 17 Stunden, welche seien $= xd$.

80) Ein Ingenieur hatte Befehl, eine Schanze von 1200 Ruthen lang aufwerffen zu lassen, und liesse dahero täglich 40 Ruthen fertig machen: nach 5 Tagen erhielte er Befehl, die Schanze von dato an in einer bestimten Zeit fertig zu schaffen, wesfals er auf der andern Seite auch anfangen und täglich 60 Ruthen aufwerffen liesse. Fr. Wie viel Tage waren ihm noch bestimt? Antw. 10 Tage.

Die Gleichung ist die vorige; dann 1200 Ruthen können sein $= a$, 5 Tage $= b$, und 40 Ruthen $= c$, sodann die Tage ein- und anderseits $= x$, und 60 Ruthen $= d$.

Item: Der Vater, welcher vorhin seinen Sohn in die Kost gethan, 92 fl. sogleich bezahlt, und 3 Monate hernach den andern Sohn auch gebracht, mit Versprechen, von diesem monatlich 6 fl. zu zahlen, so lange das gegebene Kostgeld währete, wuste wohl, daß solches 7 Monate reichen würde; es fragt sich aber hier: Wie viel er für den ersten Sohn monatlich accordirt hatte?

Wann 92 fl. $= a$, 6 fl. $= b$, 3 Monate $= c$, 7 Monate $= d$, und das unbekante Kostgeld $= x$, so giebt es folgende Gleichung:

$$cx + dx + db = a$$

$$c + d)\ cx + dx = a - db$$

$$x = \frac{a - db}{c + d}$$

Resolution:

$$a = 92$$
$$-db = -42$$
$$c + d = 10)\ 50$$
$$5 \text{ fl.}$$

Dann das unbekante Kostgeld für 3 Mon. ist cx, für 7 Mon. dx, und das bekante Kostgeld 6 fl. für 7 Mon. db ist $= a$, d. i. 92.

81) Wie viel hatte der Ingenieur, welcher eine Schanze von 1200 Ruthen zu besorgen hatte, und nachdem er fünf Tage arbeiten lassen, auf der andern Seite auch anfangen und täglich 60 Ruthen aufwerffen liesse, folglichen, nach Ordre, in 10 Tagen fertig wurde, anfänglich des Tags Ruthen aufwerffen lassen? Antw. 40 Ruthen.

Wann hier 1200 $= a$, die unbekante Ruthen $= x$, 5 Tage $= b$, 10 Tage $= c$, und 60 Ruthen $= d$, so giebt es die Gleichung:

$$bx + cx + cd = a.$$

82) Als A seinen Freund B in N besuchen wolte, welches ein Weeg von 180 Stunden ist, reisete ihm dieser den vierten Tag entgegen, und machte täglich einen Weeg von 17 Stunden; weil sie nun den vierten Tag zusammen kamen, so fragt sichs: Wie viel Stunden Weegs A des Tags zurük geleget habe? Antw. 14 Stunden.

Wann hier 180 $= a$, die unbekante Stunden $= x$, die 4 Tage, welche A voraus hatte, und in welchen sie auch zusammen kamen $= b$, und die 17 Stunden $= c$, so ist die Gleichung:

$$bx + bx + bc = a.$$

§. 530. Auf diese Weise können Lehr- oder Lernende bei einem jeden Exempel die Antwort oder sonst ein bekantes Glied der Gleichung für unbekant annehmen, eine neue Vorgabe formiren, und solches nach den bekanten Regeln suchen, gleichwie man bei der Regel de Tri von 4 Proportionalzahlen allezeit eine derselben findet, wann 3 davon bekant gemacht werden (§. 302. 303).

§. 531. **Wird eine unbekante Grösse dividirt,** so wird der Bruch nach §. 127 u. f. und, wie §. 518 u. f. gezeiget worden, gegrössert und von der Gleichung weggeschaft.

Z. E. Wann man eine Zahl mit $4\frac{1}{2}$ dividirt, zum Quotienten $3\frac{3}{4}$ addirt, und wieder $\frac{1}{4}$ subtrahirt, so komt der Divisor wieder. Fr. Was ist solches für eine Zahl?

Die Zahl sei $= x$, $4\frac{1}{2} = a$, $3\frac{3}{4} = b$, und $\frac{1}{4} = c$, so ist die Gleichung:

$\frac{x}{a} + b - c = a$ mit a gegrösset, d. i. jedes Glied mit a multiplicirt.

$x + ab - ac = aa$

$x = aa - ab + ac$

Resolution:

aa d. i. $4\frac{1}{2}$ mahl $4\frac{1}{2} = 20\frac{1}{4}$
$-ab$ d. i. $4\frac{1}{2}$ „ $3\frac{3}{4} = -16\frac{7}{8}$

$3\frac{3}{8}$
ac d. i. $4\frac{1}{2}$ „ $\frac{1}{4} = 1\frac{1}{8}$

$4\frac{1}{2}$ ist die Zahl.

Probe:

$4\frac{1}{2}$ durch $4\frac{1}{2}$ dividirt, giebt: 1
Hierzu addirt . . . $3\frac{3}{4}$

$4\frac{3}{4}$
subtrahirt . . $\frac{1}{4}$

$4\frac{1}{2}$

Nota. Einige sezen den Divisoren nach dem Dividenden, und unterscheiden denselbigen mit Puncten, z. E. $x : a$; weil aber die Bruchsfigur nach dem gemeinen Rechnen bekanter ist, so behält man solche billig bei (§. 119).

83) Wann von der Helfte einer Waar $12\frac{1}{2}$ ℔. verkauft und wieder 20 ℔. darzu gethan werden, so erhält man 100 ℔. Fr. Wie viel ℔. ist der Waare? Antw. 185 ℔.

Die unbekante ℔. seien x, der Divisor $2 = a$, $12\frac{1}{2}$ ℔ $= b$, 20 ℔ $= c$, und 100 ℔ $= d$, mithin die Gleichung:

$\frac{x}{a} - b + c = d$

84) Wie viel sind ℔. in einem Faß gewesen, da man von dem fünften Theil derselben $8\frac{1}{2}$ ℔. genommen, hernach wieder $16\frac{3}{4}$ ℔ hinzu gethan, und also 120 ℔. anstatt des Fünftels erhalten hat? Antw. $558\frac{3}{4}$ ℔.

Die sämtliche ℔. seien $= x$, der Divisor $5 = a$, $8\frac{1}{2}$ ℔ $= b$, $16\frac{3}{4} = c$, und 120 ℔ $= d$, so ist es die vorige Gleichung.

Item: Was muß das für eine Zahl sein, wann man dieselbige durch 6 dividirt, zum Quotienten 3 addirt, und wieder $\frac{3}{4}$ subtrahirt, daß der Divisor weniger 2 komt?

Die Zahl sei $= x$, $6 = a$, $3 = b$, $\frac{3}{4} = c$, und $2 = d$.

$$\frac{x}{a} + b - c = a - d$$

$$x + ab - ac = aa - ad$$

$$x = aa - ad - ab + ac$$

Resolution:

$$aa = 36$$
$$-ad = -12$$
$$24$$
$$-ab = -18$$
$$6$$
$$ac = 4\tfrac{1}{2}$$
$$10\tfrac{1}{2} = x.$$

Probe:

Mit 6 dividirt: $10\frac{1}{2}$

$1\frac{9}{12}$, oder $\frac{3}{4}$

$+3$

$4\frac{3}{4}$

$-\frac{3}{4}$

4 ist der Divisor weniger 2.

Oder, da die Vorgabe allgemein gegeben wird:

Verschiedene Personen, deren Anzahl $= a$ sein sol, theileten sich in x fl: leget man zu einem Theil $= b$ fl. und nimt wieder davon $= c$ fl. so bestehet der Rest in so viel Gulden,

als

als Personen, und noch d fl. darzu sind. Fr. Wie werden die getheilte Gulden und Personen bestimt?

$$\frac{x}{a} + b - c = a + d$$

$$x + ab - ac = aa + ad$$

$$x = aa + ad - ab + ac$$

Nimt man willkührlich (§. 12) $a = 6$ Personen, $b = 4$ fl, $c = 5$ fl, und $d = 3$ fl. so ist, vermög dem erhaltenen Wehrt von x, in Buchstaben die

Resolution:

$$\begin{array}{rl} aa = & 36 \\ ad = & 18 \\ \hline & 54 \\ -ab = & -24 \\ \hline & 30 \\ ac = & 30 \\ \hline & 60 = x, \end{array}$$

und also die getheilte Gulden.

Probe:

durch 6 getheilt: 60 fl.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ fl.} \\ +4 \\ \hline 14 \\ -5 \\ \hline 9 = 6 \text{ Personen.} \\ +3 \\ \hline 9 \end{array}$$

§. 532. Ist der Divisor, wie vorhin, eine ganze Zahl, z. E. 2, 3, 4 u. s. f. so kan dagegen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. f. für den Coefficienten genommen und die Operation nach §. 518 verrichtet werden.

§. 533. Gleichwie eine unbekante Grösse mit einer bekanten Zahl dividirt wird, also kan auch eine

bekante Zahl mit einer unbekanten Grösse dividirt werden, wann man nur auf die Vorgabe Achtung giebt, und sich immer erinnert, daß eine unbekante Grösse eben so, als wie eine bekante Grösse, behandelt werden müsse (§. 21).

Z. E. Wann 60 getheilet, zum Quotienten 20 addirt, von der Summe 4 subtrahirt, und alsdann der Rest 100 sein sol, wie viel muß der Divisor sein?

60 seien $= a$, der Divisor $= x$, $20 = b$, $4 = c$, und $100 = d$.

$$\frac{a}{x} + b - c = d \quad (x$$

$$a + xb - xc = xd$$

$$d - b + c) \quad a = xd - xb + xc$$

$$\frac{a}{d - b + c} = x$$

Resolution:

$$d = 100$$
$$-b = -20$$
$$80$$
$$c = 4$$
$$84$$

damit muß A, d. i. 60, dividirt werden, also:

$\frac{60}{84} | \frac{5}{7} = x$, als der Divisor. (12)

Probe:

$\frac{5}{7})\ 60$

84 Quotient.

$+ 20$

104

$- 4$

100 der Rest.

85) Man hat 80 ℔. Waar verkauft, und etliche ℔. um 1 Thlr. gegeben: hätte man noch um 4 Thlr. verkauft, so wären 20 Thlr. gelöset worden. Fr. Wie viel ℔. wurden um 1 Thlr. gegeben? Antw. 5 ℔.

80 ℔. seien $= a$, die etliche ℔ $= x$, mit welchem a dividirt wird, um die Thlr. für 80 ℔. zu haben, worzu noch 4 Thlr. $= b$ kommen, welche zusammen 20 Thlr. machen, und $= c$ sein können.

86) Gegen 297 fl. wurde eine grobe Sorte eingewechselt: hätte man von derselben 8 Stük weniger erhalten, so wären ihrer just 100 gewesen. Fr. Wie hoch ist ein Stük gerechnet worden? Antw. $2\frac{3}{4}$ fl.

297 fl. seien $= a$, welche mit der Anzahl der zu suchenden Sorte, d. i. $= x$, dividirt wird: 8 Stük, so weggethan werden müssen, können $= b$, und 100 Stük $= c$ sein.

Item: Ein Bedrängter lehnte von einem Wucherer 1000 fl. zu 5 pro Cento, und muste sogleich die Interessen, nemlich 50 fl. abziehen lassen, daß er also nur 950 fl. in seinem jährlichen Nuzen hatte; es fragt sich demnach, wann der Abzug der Interessen statt haben solte, wie viel Capital der Schuldner hätte erhalten müssen, um am Ende des Jahrs das Capital von 1000 fl. ohne seinen Schaden wieder abtragen zu können?

Dieses wird klar, wann man erweget, daß 1000 fl. zu 5 pro Cento ausgelehnet, nach einem Jahr 1050 fl. betragen; saget man nun: 1050 fl. Capital und Interesse werden für 1000 fl. Capital bezahlet, wie groß muß das Capital sein, für welches nach einem Jahr wieder 1000 fl. Capital und Interessen bezahlet werden müssen?

fl. — fl. — fl.

1050 — 1000 — 1000? Antw. $952\frac{8}{21}$ fl. Capital hätte der Schuldner erhalten müssen.

Diese thun zu 5 pr. C. ein Jahr Interessen $47\frac{13}{21}$

1000 fl.

Nach der Algebra sei das Capital $= x$, die Interessen pro Cento $= b$, $100 = c$, und Capital und Interesse $= a$, so ist die Gleichung:

$$\frac{bx}{c} + x = a;$$

$$b + c)\ bx + cx = ca$$

$$x = \frac{ca}{b + c}$$

dann wann das Capital mit dem Procento multiplicirt und mit 100 dividirt wird, so hat man die Interessen; thut man das Capital darzu, so giebt es die ganze Zahlung, nemlich Capital und Interessen.

Resolution:

$$ac = 100000$$

$$c + b = 105)\ \overline{}$$

$$952\tfrac{8}{21}\text{ fl.} = x.$$

Nach der Allgemeinheit kan man nun bekantlich die Buchstaben annehmen, wie man will, und die Resolution darnach verrichten.

Z. E. a sol sein $= 1500$, $b = 4\frac{1}{2}$, c verstehet sich von selbsten, daß es $= 100$, so ist die

Resolution:

$$ac = 150000$$

$$c + b = 104\tfrac{1}{2})\ \overline{}$$

$$1435\tfrac{85}{209}\text{ fl.} = x.$$

Oder: a, d.i. Capital und Interessen, seien zusammen 90 fl. und das Procento 6, so ist die

Resolution:

$$ac = 9000$$

$$c + b = 106)\ \overline{}$$

$84\frac{48}{53}$ fl. Capital; dann 100 thun 106, was thun $84\frac{48}{53}$? Antwort: 90.

Item: Zu einer Zahl wurden 24 addirt, die Summe durch 5 dividirt, und zum Quotienten 35 erhalten. Fr. Was war solches für eine Zahl?

Die unbekante Zahl sei $= x$, $35 = a$, $24 = b$, und $5 = c$.

$$\frac{x + b}{c} = a$$

$$x + b = ca$$

$$x = ca - b$$

Resolution:

$$ca = 175$$

$$-b = -24$$

151 ist die Zahl.

87) Ei-

87) Einer hat etliche Groschen: thäte er 20 darzu, so wären 5 Groschen der fünfte Theil derselben. Fr. Wie viel sind der Groschen? Antw. 5.

Die Gleichung ist: $\frac{x + a}{b} = b.$

88) Wann man eine Zahl weniger 30 mit 9 dividirt, so komt zum Quotienten 6. Fr. Welches ist die Zahl? Antw. 84.

Die Gleichung ist: $\frac{x - a}{b} = c.$

Item: In einer Fabrique arbeiten in N°· I, 8 Personen, in N°· II, 12, in N°· III, 16, und in N°· IV, 20, und bekommen die in N°· II. täglich 2 kr. mehr als die in N°· I. in N°· III, 3 kr. mehr als in N°· II. und in N°· IV, 2 kr. mehr als in N° III; würden sie aber ohne Unterschied bezahlt, so trüge es jedem täglich $\frac{3}{4}$ kr. Fr. Wie viel bekomt jeder des Tags?

In N°·	I.	sind	8 Personen, bekommen	x kr.
"	II.	"	12 " " "	$x + 2$ kr.
"	III.	"	16 " " "	$x + 5$ kr.
"	IV.	"	20 " " "	$x + 7$ kr.
			56 " " "	$4x + 14$ kr.

Nun seien 14 kr $= a$, 56 Personen $= b$, und $\frac{3}{4}$ kr $= c$, so ist die Gleichung:

$$\frac{4x + a}{b} = c$$

$$4x + a = bc$$

$$4)\ 4x = bc - a$$

$$x = \frac{bc - a}{4}$$

Resolution:

$$bc = 42 \text{ kr.}$$
$$-a = -14$$
$$4)\ 28$$

7 kr. bekommen die in N°· I. mithin in N°· II, 9 kr. in N°· III, 12 kr, und in N°· IV, 14 kr. Wie viel nun ein jeder insbesondere bekomt, kan besonders berechnet werden.

 89) Man

89) Man kauft 3 Stüke Zeug, als: N° I. von 30 Ehlen, N° II. von 35 Ehlen, und N° III. von 40 Ehlen, und giebt für N° II, 4 fl. mehr als für N° I. und für N° III, 6 fl. mehr als für N° II. und konte eine Ehle in die andere $\frac{2}{5}$ fl. rechnen. Fr. Wie hoch ist jede Ehle eines jeden Stüks gekommen? Antw. Von N° I, $18\frac{2}{3}$ kr. von N° II, $22\frac{6}{7}$ kr. und von N° III, 29 kr.

Die Gleichung komt: $\frac{3x + a}{b} = c.$

90) Ein Münzmeister hatte viererlei Medaillen gepräget, und zwar von der ersten Sorte 60 Stük; von der zweiten Sorte 130 Stük, so 12 fl. mehr als die ersten am Wehrt machten; von der dritten Sorte 200 Stük, welche 36 fl. weniger als die zweite Sorte thaten; und von der vierten Sorte 300 Stük, so der dritten Sorte am Wehrt gleich waren: nähme man die Anzahl der Stüke in Ansehung ihres Wehrts einander gleich, so käme eines $\frac{18}{23}$ fl. Fr. Was war ihr sämtlicher Wehrt, und eines jeden Stüks insbesondere? Antw. 540 fl. ist der sämtliche Wehrt, und $2\frac{2}{5}$ fl. $1\frac{1}{5}$ fl. $\frac{3}{5}$ fl. und $\frac{2}{5}$ fl. eines jeden Stüks insbesondere.

Hier wird man erhalten: $4x - 36$ fl. welche $= a$, $\frac{18}{23}$ fl. welche $= c$, und 690 Stük, welche $= b$, mithin die Gleichung: $\frac{4x - a}{b} = c.$

Item: Einer hatte 500 ℔. verkaufte das ℔. um einen solchen Preis, daß er mit dem Betrag 800 Ehlen Leinwand zu 36 kr. die Ehle wieder einkauffen konte. Fr. Wie theuer hat er das ℔. verkauft?

500 ℔. seien $= a$, der Preis eines ℔ $= x$, die Ehlen Leinwand 800 $= c$, und der Preis einer Ehle $= b$.

$$\frac{ax}{b} = c$$

$$b)\ ax = bc$$

$$a)\ x = \frac{bc}{a}$$

Resolution:

$bc = 28800$

$a = 500)$ ———

$57\frac{3}{5}$ kr. das ℔.

91) Man

91) Man hat von einer Münze 1000 Stük gegen eine andere Münze umgesezt, und deren $872\frac{8}{11}$ Stük erhalten; da nun von Lezterer das Stük $2\frac{3}{4}$ fl. gerechnet worden, so ist die Frage: Was ein Stük der Erstern gegolten? Antw. $2\frac{2}{5}$ fl.

Die Gleichung ist, wie vorhin.

92) Aus 3000 alten Thalern wurden $3333\frac{1}{3}$ Stük neue Thaler zu $2\frac{2}{5}$ fl. gemünzet. Fr. Wie hoch ist der alte Thaler gerechnet worden? Antw. $2\frac{2}{3}$ fl.

Die Gleichung ist die vorige.

Item: A und B theileten 180 fl. dergestalten, daß, wann man des B Antheil zweimahl nimt, oder, welches einerlei, mit 2 multiplicirt, und des A Antheil mit 2 dividirt, daß Product und Quotient zusammen wiederum 180 fl. machen. Fr. Wie viel war eines jeden Antheil?

Die Helfte von 180, nemlich 90, sei $= a$, der Unterschied zwischen beiden Theilen, als worauf es ankomt, und wornach gefragt wird, $= x$, und 180 fl $= b$.

$$2a - 2x + \frac{a+x}{2} = b$$; dann $a - x$ ist des B, und $a + x$ des A Antheil.

$$4a - 4x + a + x = 2b$$

$$3)\ 5a - 2b = 3x$$

$$\frac{5a - 2b}{3} = x$$

Resolution:

$$a = 90, \text{ folglich } 5a = 450$$
$$-2b = -360$$
$$3)\ 90$$

30 ist der Unterschied zwischen beiden halben Theilen; werden nun von der einen Helfte 30 weggethan, und der andern Helfte 30 hinzu gesezet, so erhält man die Theile 60 und 120, welche die verlangte Eigenschaften haben.

93) 240 Ehlen wurden also in zwei Theile getheilet, daß, wann der kleinere Theil mit 4 multiplicirt, und der andere Theil durch 4 dividirt wurde, Product und Quotient zusammen wieder 240 machten. Fr. Wie viel Ehlen hat jeder Theil gehalten? Antw. 48 und 192 Ehlen.

Der halbe Theil sei $= a$ mit 4 multiplicirt, der Unterschied $= x$ ebenfals mit 4 multiplicirt: sodann der halbe Theil und der Unterschied mit 4 dividirt, ist $= 240$, oder $= b$, der Unterschied wird bei der Reduction $= 72$.

94) Wann eine Zahl mit 6 dividirt und eine andere Zahl mit 6 multiplicirt wird, so machen Quotient und Product zusammen 72. Fr. Was sind solches für Zahlen? Antw. $10\frac{2}{7}$ und $61\frac{5}{7}$.

Die Gleichung ist: $6a - 6x + \frac{a+x}{6} = b$.

Item: Eine Summe Thaler wurde in fünf Personen getheilet, davon jede 13 Thlr. bekommen hätte, wann die Summe noch 9 Thlr. mehr gewesen wäre. Fr. Wie viel waren der Thaler?

Die Summe sei $= x$, 9 Thlr. $= b$, 13 Thlr. $= a$, und die 5 Personen $= c$.

$$\frac{x+b}{c} = a$$

$$x + b = ca$$

$$x = ca - b$$

Resolution:

$$ca = 65$$
$$-b = -9$$

56 war die Summe.

95) Was ist das für eine Zahl, wann man zu solcher 15 addirt, und die Summe mit 12 dividirt, daß just 12 kommen? Antw. 129.

Die Gleichung ist die vorige.

96) Zu

96) Zu einer Anzahl Pfunden wurden noch 12 ℔. gethan, und alsdann 5 ℔. um einen Thaler gegeben, und $40\frac{3}{4}$ Thlr. gelöset. Fr. Wie viel waren erst der Pfunden? Antw. $191\frac{1}{4}$ ℔.

Die Gleichung ist, wie vorhin.

Item: Man verkauft etliche Pfund um einen Thaler, leget man zu 80 ℔. noch so viel Pfund, als um einen Thaler gegeben werden, so löset man 21 Thlr. Fr. Wie viel Pfund werden um einen Thaler gegeben?

Die etliche ℔. seien $= x$, 80 ℔ $= a$, und 21 Thlr. $= b$.

$\frac{a+x}{x} = b$; dann so viel ℔. zu 80 ℔. geleget werden, mit eben der Zahl sothaner ℔. muß die Summe dividirt werden.

$a + x = xb$

$b - 1)\ a = xb - x$ Von dieser Division, da dem x in Gedanken 1 vorgesezet worden, s. §. 38. 101. 114.

$\frac{a}{b-1} = x$

Resolution:

$$a = 80$$

$$b - 1 = 20) \overline{}$$

4 ℔. wurden um 1 Thlr. gegeben.

97) Etliche Personen hatten 361 fl. zu theilen; damit aber ein jeder 20 fl. bekäme, so wurden noch so viel Gulden darzu gegeben, als Personen waren. Fr. Wie viel waren derselben? Antw. 19.

361 fl. seien $= a$, zu diesen kommen x fl. und werden mit x dividirt, der Quotient ist $= 20$, oder b.

98) Man hat 390 ℔. verkauft, und etliche Pfund um einen Thaler gegeben; da man nun zur Losung noch so viele Thaler geleget, als Pfund um 1 Thlr. gegeben worden, und man also $66\frac{1}{2}$ Thlr. erhalten, so ist die Frage: Wie viel Pfund um 1 Thlr. gegeben worden? Antw. $6\frac{1}{2}$ ℔.

Die Gleichung ist eben, wie vorhin.

§. 534.

§. 534. Komt auf solche Weise bei einer Gleichung mehr als ein Bruch vor, so wird, wie vorhin, erst ein jeder nach gemeiner Art eingerichtet oder gegrösſert, alsdann nebst den übrigen Gliedern, wann solcher noch vorhanden sind, gleich gegrösſert (§. 128), und sofort mit den gegrösſerten Gliedern gewöhnlich verfahren.

Z. E. Ein Weinhändler führte 50 Faß Wein in eine Stadt, gab für Ablösgeld, welches nach dem Wehrt des Weins entrichtet werden muste, ein Faß davon, und bekam 30 fl. zurük; ein andermahl hatte er 90 Faß des nemlichen Weins auf gleiche Weise abzulösen, und gab wiederum ein Faß und noch 10 fl. darzu. Fr. Wie theuer ist ein Faß Wein gewesen?

Der unbekante Preis eines Fasses sei $= x$, 30 fl $= a$, 50 Faß $= c$, mit welchem der Preis, nemlich $x - a$, dividirt wird.

Diesem ist gleich der unbekante Preis des Weins, und 10 fl. welche $= b$ seien, und mit 90 Faß $= d$ dividirt werden, mithin die Gleichung also ist:

$$\frac{x-a}{c} = \frac{x+b}{d}$$

$$x - a = x + b$$

Mit d gegrösſert. $dx - da = cx + cb$ Mit c gegrösſert.

$$d - c)\; dx - cx = cb + da$$

$$x = \frac{cb + da}{d - c}$$

Resolution:

$$da = 2700$$
$$cb = 500$$
$$3200$$
$$d - c = 40)\;\text{———}$$

80 fl. war der Wehrt von einem Faß;

Dann 80 fl. weniger 30 fl. so wieder herausgegeben worden, sind 50 fl. mithin war 1 fl. Ablösgeld vom Faß gerechnet. Ferner sind 80 fl. und 10 fl = 90 fl. folglichen ist für Ablösgeld abermahl 1 fl. gegeben worden.

99) Die

99) Die Fracht von 2 Faß, welche gewogen: N°. I, 66 ℔. und N°. II, 108 ℔. (beiderseitige Pfunden von gleichen Preisen) thate von N°. I, 10 kr. weniger, und von N°. II, 24 kr. mehr, als der Preis eines Pfundes war. Fr. Was war also der Preis eines Pfundes? Antw. $63\frac{3}{7}$ kr.

x, der unbekante Preis eines Pfundes weniger 10 kr. oder a mit 66 oder c, dividirt, giebt den ersten,

Sodann x und 24 kr. oder b, mit d, d. i. 108, dividirt, giebt den andern Theil der Gleichung.

Da $63\frac{3}{7}$ kr. weniger 10 kr. d. ſ. $53\frac{3}{7}$ kr. die Fracht von 66 ℔. iſt, ſo macht ſolche für 1 ℔. $\frac{17}{21}$ kr. Und da $63\frac{3}{7}$ kr. und 24 kr. d. ſ. $87\frac{3}{7}$, die Fracht von 108 ℔ iſt, ſo macht dieſelbige ebenfals $\frac{17}{21}$ kr. für 1 ℔. welches zur Probe dieſes Exempels dienen kan.

100) Ein Handelsmann lieferte 20 Stücke Zeug, wovon er eines weniger 6 fl. für Unkoſten rechnete; zu einer andern Zeit ſandte er 36 Stüke, und rechnete nach Proportion der vorigen wieder 1 Stük und noch 4 fl. für Unkoſten. Fr. Wie hoch iſt ein Stük gerechnet worden? Antw. $18\frac{1}{2}$ fl.

Die Gleichung iſt die vorige, vermög welcher x, als der unbekante Preis, — a, als 6 fl. mit c, das ſind 20 Stük, dividirt, und damit der erſte Theil der Gleichung formiret wird: worauf x und b, d. ſ. 4 fl. mit d, d. ſ. 36. dividirt, den zweiten Theil ausmachet.

Die Probe kan ſein: 20 Stük thun $12\frac{1}{2}$ fl. Unkoſten, was thun 36 Stük?

Item: Einer wil für ein beſtimtes Geld Waar kauffen: nimt er 100 ℔. ſo hat er 5 fl. zu wenig, nimt er aber 80 ℔. ſo hat er 3 fl. übrig. Fr. Wie viel iſt des beſtimten Geldes?

Das beſtimte Geld ſei $= x$ und 5 fl. $= a$, mit 100 ℔ $= c$ dividirt, giebt den erſten; ſodann das unbeſtimte Geld $= x$, weniger

weniger 3 fl. $= b$, mit 80 ℔ $= d$ dividirt, macht den andern Theil der Gleichung, also:

$$\frac{x + a}{c} = \frac{x - b}{d};$$

dann das unbestimte Geld und 5 fl. mit 100 dividirt, ist gleich dem unbestimten Geld, weniger 3 fl. durch 80 dividirt.

$$x + a = x - b$$

$$dx + da = cx - cb$$

$$d - c)\ dx - cx = -cb - da$$

$$x = \frac{-cb - da}{d - c}$$

Resolution:

$$-da = -400$$

$$-cb = -300$$

$$d - c = -20)\ -700$$

35 fl. ist des bestimten Geldes; dann wann man 5 fl. darzu leget, so können 100 ℔. zu $\frac{2}{5}$ fl. thut man aber 3 fl. davon, so können 80 ℔. zu $\frac{2}{5}$ fl. gekauft werden.

101) Ein Hauptmann machte seiner Compagnie an der Löhnung einen Ueberschuß, und bestimte darzu ein gewisses Geld: wäre die Compagnie 120 Mann stark gewesen, so hätten $9\frac{3}{5}$ fl. gefehlet, wäre sie aber nur 100 Mann stark gewesen, so hätte er $6\frac{2}{5}$ fl. übrig gehabt. Fr. Wie viel war des bestimten Geldes? Antw. $86\frac{2}{5}$ fl.

Das bestimte Geld sei $= x$, $9\frac{3}{5}$ fl. $= a$ mit $120 = c$ dividirt: sodann wiederum x und $6\frac{2}{5}$ fl. $= b$ mit $100 = d$ dividirt.

102) Ein Mahler solte 9 Cabinetsstüke copiren, und dafür 36 Ducaten und eine Uhr, die er sogleich erhielte, bekommen; als er aber zwei fertig hatte, gab er 6 Ducaten zurük, und sprach: Also sind die beiden Stüke mit der Uhr bezahlt. Fr. Wie hoch hat er die Uhr ästimirt? Antwort: 18 Ducaten.

Der Wehrt von der Uhr sei $= x$, und die 36 Ducaten darzu $= a$, mit 9, als der Zahl der Stüke, welche $= c$, dividirt; sodann x, weniger 6 Ducaten, welche $= b$, mit $2 = d$ dividirt.

Item:

Item: Eine Hökin, welche 20 Enten und 12 Gänse zu Markt triebe, wurde gefragt: Wie theuer sie jedes Stük zu verkauffen gedächte, und wie viel sie also für die Enten und Gänse lösen wolte? worauf sie antwortete: Ich hätte gerne für eine Gans $4\frac{1}{4}$ Bazen mehr, als für eine Ente, dann also lösete ich so viel aus den Gänsen, als aus den Enten. Fr. Wie hat sie solchemnach eine Ente und eine Gans geben wollen?

Die Losung der Gänse sowohl, als der Enten, sei $= x$ Bazen, solche mit 20, als der Zahl der Enten, welche $= a$, dividirt, giebt $\frac{x}{a}$, als den Wehrt einer Ente.

Ferner die Losung x Bazen mit 12, als der Zahl der Gänse, welche $= b$, dividirt, giebt $\frac{x}{b}$, als den Wehrt einer Gans.

Hiervon den Wehrt einer Ente subtrahirt, muß den Unterschied $4\frac{1}{4}$ bringen, welcher $= c$ sein kan, mithin die Gleichung also formiret wird:

$$\frac{x}{b} - \frac{x}{a} = c$$

$$x - x = c$$

$$a - b)\ ax - bx = cab$$

$$x = \frac{cab}{a-b}$$

Resolution:

$$cab = 1020$$

$$a - b = 8) \overline{}$$

$127\frac{1}{2}$ Bazen, das sind $8\frac{1}{2}$ fl. hat sie aus den Gänsen, und eben so viel aus den Enten, lösen wollen.

Die Probe wird nach der Regel de Tri also gemacht:

12 Gänse thun $8\frac{1}{2}$ fl. was 1? Antw. $42\frac{1}{2}$ kr.
20 Enten thun $8\frac{1}{2}$ fl. was 1? Antw. $25\frac{1}{2}$ kr.

17 kr. eine Gans mehr, als eine Ente.

103) Einer hat zweierlei Waar, von N°. I, 100 ℔. und von N°. II, 80 ℔; verkauft er das ℔. von N°. II. um $\frac{1}{3}$ Thlr. theurer, als das ℔. von N°. I. so löset er aus einer Waar so viel, als aus der andern. Fr. Wie müste jedes ℔. verkauft, und wie viel würde also aus jeder Gattung der Waar gelöset werden? Antw. 133$\frac{1}{3}$ Thlr. würden aus jeder Waar gelöset, und das ℔. müste von N°. I, 1$\frac{1}{3}$ Thlr. und von N°. II, 1$\frac{2}{3}$ Thlr. gelten.

Die Losung von jeder Sorte sei, wie vorhin, $= x$: solche wird mit 100, welche $= a$, und mit 80, welche $= b$, dividirt, alsdann der erste Bruch von Leztern subtrahirt, und der Unterschied $\frac{1}{3} = c$ genommen.

104) Einer hatte ein Capital von 2000 fl. und ein anderes von 1200 fl. ausgelehnet, und bekam von Lezterem 1$\frac{1}{2}$ Procento mehr, als von Ersterm, von beiden aber gleich viel Interessen? Fr. Zu wie viel pro Cento waren beide Capitalien ausgelehnet, und wie viel hat jedes jährlich an Interessen getragen? Antw. Jedes hat jährlich 45 fl. an Interessen getragen, und war Ersteres, nemlich 2000, zu 2$\frac{1}{4}$, und Lezteres, als 1200, zu 3$\frac{3}{4}$ pro Cento ausgeliehen.

x seien die unbekante Interessen, $2000 = a$, und $1200 = b$, womit x dividirt, $\frac{x}{a}$ von $\frac{x}{b}$ subtrahirt, und der Unterschied $1\frac{1}{2} = c$ genommen wird, da dann zur Antwort 4500 kommen werden, welche, weil man mit Procento zu thun hat, mit 100 dividirt werden müssen.

105) Einer kaufte 500 Ehlen Leinwand, und 400 Ehlen Wollenzeuge: zahlte für jede Ehle der Zeugen $\frac{1}{10}$ Thlr. mehr, als für 1 Ehl Leinwand, und war der Betrag der einen Waar so viel, als der andern. Fr. Wie viel ist für jede Waar bezahlet worden? Antw. 200 Thlr.

x sei der Betrag einer jeden Sorte, der mit 500, welche $= a$, und mit 400, die $= b$ genommen, dividirt, voneinander subtrahirt, und der Unterschied $\frac{1}{10}$ Thlr. mit c benennet wird.

106) An

106) An einem Weegbau arbeiteten 300 Personen: von 180 derselben bekam jeder des Tags 6 kr. weniger, als einer der Uebrigen, beider Lohn aber war gleich. Fr. Wie viel hat eine Parthie bekommen? Antw. 36 fl.

Wann der beiderseitige unbekante Lohn $= x$, 180 Personen $= a$, $120 = b$, und der Unterschied $6x$, oder $\frac{1}{10}$ fl $= c$, genommen wird, so ist die Gleichung, wie vorhin.

Item: Ein Courier solte eine Reise thun; als er 20 Stunden fort war, wurde ihm ein anderer nachgeschikt, der einen Weeg von 3 Stunden zurük legen solte, bis jener 2 Stunden zurük legte. Fr. Wie viel Stunden konte jener noch reisen, bis er von diesem eingeholet würde?

Wann 3 Stunden $= a$, 2 Stunden $= b$, 20 Stunden $= c$, und die Stunden, welche beide Couriers miteinander zu machen hatten, $= x$, so kan man alsdann sagen: Wie sich b zu a verhält, also muß sich x zu $c + x$ verhalten, davon die Gleichung also ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{c + x}{x};$$

dann wie sich die Stunden des ersten Couriers b zu den Stunden a des Nachgeschikten verhalten, also müssen sich die Stunden des ersten Couriers, c und x, welche er nemlich gemacht, und noch mit dem Nachgeschikten zu machen hat, zu x verhalten, welches die Stunden sind, die der Nachgeschikte überhaupt machen muste.

$$a = c + x$$

$$ax = cb + bx$$

$$a - b)\ ax - bx = cb$$

$$x = \frac{cb}{a - b}$$

Resolution:

$$a - b = 1)\ \frac{cb = 40}{}$$

40 Stunden konte der erste Courier noch reisen.

107) Eine Arbeit solte in einer bestimten Zeit durch 4 Mann fertig gemacht werden: als dieselbe 6 Tage gearbeitet, wurden noch 7 Mann darzu gestellet. Fr. Wie lange haben sie alsdann zusammen noch

zu arbeiten gehabt, bis nemlich Leztere den Erstern an der Arbeit, den Tagen oder Lohn, gleich worden? Antw. 8 Tage.

Gleichwie vorhin ein Verhältnis der Stunden, also ist es hier in Ansehung der Arbeiter, mithin eine gleiche Arbeit derselben vorausgesezt wird; solchemnach sei $7 = a$, $4 = b$, $6 = c$, und die übrige Tage $= x$, so giebt es die Gleichung: $\frac{a}{b} = \frac{c + x}{x}$.

108) In ein kleines Fort wurden 20 Mann geworffen, und auf eine bestimte Zeit mit Proviant versehen: nach 5 Tagen wurden, wegen Annäherung des Feindes, noch 36 Mann hinein geleget, um mit jenen das Proviant ehender aufzuzehren. Fr. In wie viel Tagen ist solches von dato der Verstärkung an geschehen, da Leztere eben so viel als Erstere verconsumiret? Antw. In $6\frac{1}{4}$ Tagen.

Hier wird auf das Verhältnis der Mannschaft gesehen, und dahero $a = 36$, $b = 20$, $c = 5$, und die unbekanten Tage $= x$, genommen, folglichen man die Gleichungsformel wie vorhin erhält.

Item: Ein Bote A hatte 780 Schritte gethan, als ihme B nachgesandt wurde, welcher allemahl 5 Schritte bis A 3 Schritte machte; da nun, in Ansehung der Grösse, 7 Schritte des A 5 Schritte des B thun, so ist die Frage: Wie viel A noch Schritte thun müssen, bis er von B eingeholet worden?

Vergleichet man erstlich die Grösse des A Schritte mit der Grösse des B Schritte, so ist alsdann diese Auflösung der Vorhergehenden gleich.

Die Vergleichung aber geschiehet durch die Regel de Tri also:

5 Schritte des B thun 7 Schritte des A, was thun $1\frac{2}{3}$ Schritte des B? (dann so viel Schritte machet B bis A einen thut,) Antw. $2\frac{1}{3}$ des A Schritte machet B bis A einen Schritt thut.

Hier-

Hiernach wird die Gleichung also formiret, wobei $2\frac{1}{3} = a$, $1 = b$, oder nur 1 (§. 21), 780 Schritte $= c$, und die unbekante Schritte $= x$.

$$\frac{a}{1} = \frac{c + x}{x}$$

$$a = c + x$$

$$xa = 1c + 1x$$

$$a - 1)\; xa - 1x = 1c \quad (\text{s. §. } 114)$$

$$x = \frac{1c}{a - 1}$$

Resolution:

$1c = 780$

$a - 1 = 1\frac{1}{3})$ ——

585 Schritte muste A noch thun, bis er von B eingeholet werden konte.

Probe: A hat Schritte voraus gethan 780

mit B 585

zusammen 1365

B hat während A 585 Schritte gethan, in Ansehung der Geschwindigkeit und Grösse, $2\frac{1}{3}$ mahl so viel, folglichen ebenfals 1365 Schritte des A gemacht.

109) Drei Passagiers hatten 12 Tage in einem Gasthofe logiret, als ihre gute Freunde, 4 andere Passagiers, darzu kamen; da sie nun so lange beisammen blieben, bis sie gleichviel verzehret hatten, für 6 Portionen der Erstern aber so viel, als für 5 Portionen der Lezetern gerechnet wurde, so ist die Frage: Wie lange sie beisammen gewesen? Antw. 20 Tage.

Erstlich wird die Vergleichung gemacht:

5 Portionen thun so viel als 6 Portionen, wie viel macht $1\frac{1}{3}$ Portion? (dann um so viel waren der andern Passagiers, mithin Portionen mehr,) Antw. $1\frac{3}{5}$.

Wird diese Grösse $= a$ mit 1 dividirt, 12 Tage $= c$, und die übrige Tage $= x$ mit x dividirt, genommen, so hat man die vorige Gleichungsformel.

Bei der Probe kan man die tägliche Portion für 1 Person rechnen, wie man wil.

Z. E. Dieselbige sei 18 Bazen, so thun erstlich 12 Tage für
3 Personen . . . . . . $43\frac{1}{5}$ fl.
Sodann die 20 Tage 72

Summe: $115\frac{1}{5}$ fl.

20 Tage für 4 Personen thun erstlich 80 Portionen, welche zu $1\frac{1}{5}$ erst 96 fl. alsdann, da fünf dieser jener 6 machen, ebenfals $115\frac{1}{5}$ fl. thun.

110) Bei der Belagerung einer Vestung wurden erstlich 6 Tage lang 8 Canonen gebraucht, hernach aber, wegen hartnäkiger Gegenwehr, noch 12 herbei gebracht, und alsdann mit sämtlichen Canonen so lange auf die Vestung gespielet, bis aus leztern so viel Kugeln geschossen worden, als aus den Erstern; da nun aus einer der leztern 8 Schüsse gethan worden, bis aus einer der Erstern 6 Schüsse geschehen, so ist die Frage: Wie viel Tage leztere Canonen gebraucht worden? Antw. 6 Tage.

Die Vergleichung ist erstlich: 6 Schüsse thun 8, was $1\frac{1}{2}$? (dann um so viel waren der leztern Canonen mehr, als der Erstern,) Antwort: 2.

Diese Grösse $= a$ mit 1 dividirt, sodann $6 = c$, und etliche Tage $= x$ mit x dividirt, so kommen bei der Resolution 6 mit 1 zu dividiren.

Probe:

12 Tage haben erstere 8 Canonen geschossen. 6 Tage die andern 12.

8	12
96	72
6 Schüsse.	8 Schüsse.
576 Kugeln.	576 Kugeln.

Item: In einer Schule befanden sich 48 Schüler, davon die Helfte und 6, das sind 30, lesen und schreiben lerneten, und quartaliter 16 Thlr. mehr, als die Uebrigen, nemlich 18, zahleten; von diesen, so rechnen lerneten, zahlte einer so viel, daß

daß sein Quartalgeld und das Quartalgeld eines der Erstern $3\frac{11}{15}$ Thlr. thate. Fr. Wie viel haben die Erstere und die andern Schulen quartaliter bezahlt?

Das vierteljährige Schulgeld derer, so rechnen lerneten, sei $= x$, 18 Schüler $= a$, 30 Schüler $= b$, 16 Thlr. $= c$, und $3\frac{11}{15} = d$, so ist die Gleichung:

$$\frac{x}{a} + \frac{x+c}{b} = d$$

$$x + x + c = d$$

$$bx + ax + ac = abd$$

$$b+a)\ bx + ax = abd - ac$$

$$x = \frac{abd - ac}{b+a}$$

Resolution:

$$abd = 2016$$

$$-ac = -288$$

$$b + a = 48)\ 1728$$

36 Thlr. bezahlten die, so rechneten, folglichen die andern 52 Thlr.

111) Von 100 Ehlen blau und grünen Zeugen war die Helfte und 12 Ehlen blau, und kostete 15 Thlr. mehr, als der übrige Theil: eine Ehle blau und eine Ehle grün aber kosteten zusammen $1\frac{1}{4}$ Thlr. Fr. Wie viel hat demnach das blaue und grüne Zeug jedes besonders gegolten? Antw. Das Blaue $38\frac{3}{4}$ Thlr. und das Grüne $23\frac{3}{4}$ Thlr.

Nach vorstehender Gleichung sei hier $x =$ dem Betrag des grünen Zeugs, $a = 38$ Ehlen, als der Helfte weniger 12 Ehlen: $x =$ dem Betrag des blauen Zeugs, $b = 62$ Ehlen, als der Helfte und noch 12 Ehlen, $c = 15$ Thlr. und $d = 1\frac{1}{4}$ Thlr.

112) Eine Parthie Waar von 400 ℔. wurde sortiret, und die Helfte und 20 ℔. um 16 fl. höher verkauft,

als die Uebrige, von beeden aber kosteten 2 ℔. zusammen 48 kr. oder $\frac{4}{5}$ fl. Fr. Wie hoch ist jede Sorte der Waare gekommen? Antw. Erstere 88 fl. und die Andere 72 fl.

Die Gleichung ist, wie vorhin, mithin

$a = 180$ ℔, $b = 220$ ℔, $c = 16$ fl, und $d = \frac{4}{5}$ fl.

§. 535. Ist vor einem Bruch ein ganzer oder gebrochener Coefficient, und also damit eine Multiplication desselben angedeutet, so wird solche erst ordentlich verrichtet (§. 143 u. f.), und alsdann bei etlichen Brüchen nach §. 127 u. f. gleich gegrösſert.

Z. E. Die Zahl 16 wird dividirt, und der Quotient ist eben so viel, als wann 5 durch 8 dividirt und der Quotient mit 4 multiplicirt wird. Fr. In wie viel Theile ist 16 getheilt?

Wann $16 = a$, der Divisor $= x$, $5 = b$, $8 = c$, und $4 = d$ genommen wird, so ist die Gleichung:

$$\frac{a}{x} = d\frac{b}{c}$$

$$\frac{a}{x} = \frac{db}{c} \text{ (s. §. 146)}$$

$$a = db$$

$$ac = xdb \text{ Umgewandt:}$$

$$db)\ xdb = ac$$

$$x = \frac{ac}{db}$$

Resolution:

$$ac = 128$$
$$db = 20) \overline{}$$
$$6\tfrac{2}{5} = x.$$

Probe:

16 durch $6\frac{2}{5}$ dividirt, giebt: $2\frac{1}{2}$.

5 durch 8 dividirt, giebt: $\frac{5}{8}$, welche mit 4 multiplicirt auch $2\frac{1}{2}$ bringen.

Item:

Item: Die Zahl 20 wurde in verschiedene gleiche Theile getheilet, also, daß der dritte Theil von einem Theil so viel war, als $\frac{3}{4}$ von dem Quotienten, wann 8 durch 5 dividirt wird. Fr. In wie viel Theile wurde 20 getheilet?

Wann $20 = a$, der Divisor $= x$, $8 = b$, und $5 = c$ genommen wird, so ist die Gleichung:

$$\frac{1}{3}\frac{a}{x} = \frac{3}{4}\frac{b}{c}$$

$$\frac{1a}{3x} = \frac{3b}{4c}$$

$$1a = 3b$$

$$1a4c = 3b3x \text{ Reducirt (§. 50) und umgewandt:}$$

$$9b)\ 9xb = 4ac$$

$$x = \frac{4ac}{9b} = x, \text{ als der Theiler.}$$

Resolution:

$$4ca = 400$$

$$9b = 72)\ \overline{}$$

$$5\tfrac{5}{9} = x, \text{ als der Theiler.}$$

Probe:

20 fl.

mit $5\frac{5}{9}$ divid.

bringt $3\frac{3}{5}$, welche mit $\frac{1}{3}$ multiplicirt $1\frac{1}{5}$ machen, und die gleich sind $\frac{3}{4}$ aus $\frac{8}{5}$ (s. §. 80 Not. I.).

Oder: Da anstatt der Multiplicatoren oder Coefficienten Buchstaben genommen werden (§. 502):

$$d\frac{a}{x} = e\frac{b}{c}$$

$$\frac{da}{x} = \frac{eb}{c}$$

$$da = eb$$

$$cda = xeb \text{ Umgewandt:}$$

$$eb)\ xeb = cda$$

$$x = \frac{cda}{eb} = x.$$

Die Resolution ist nun willkührlich, also, daß für die Buchstaben beliebige ganze, gebrochene und vermischte Zahlen genommen werden können (§. 500).

Z. E. $a = 3$, $d = \frac{1}{3}$, sodann $e = 2\frac{1}{2}$, $b = 5$, und $c = 4$, so sind cda, d. i. $4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \times 3 = 4$, dieses mit eb, d. i. $2\frac{1}{2} \times 5 = 12\frac{1}{2}$, dividirt, komt $\frac{8}{25} = x$.

Probe: 3 durch $\frac{8}{25}$ dividirt, komt $9\frac{3}{8}$, diese mit $\frac{1}{3}$ multiplicirt, giebt $3\frac{1}{8}$, als den ersten Theil der Gleichung: alsdann 5 durch 4 dividirt, bringt $1\frac{1}{4}$, diese mit $2\frac{1}{2}$ multiplicirt, giebt ebenfals $3\frac{1}{8}$ zum andern Theil der Gleichung.

Es mögen also, vermög einer Vorgabe, die Brüche ausfallen, wie sie wollen, und die unbekante Grösse mag ein Nenner, Zähler, oder Multiplicator, ganz oder gebrochen sein, oder der Zähler oder der Nenner mögen als complexe Grössen vorkommen, ja sogar gebrochene Brüche sich ereignen, (dabei sich aber die unbekante Grösse allezeit nur auf einer Seite befinden muß,) so komt es lediglich auf die Resolution und das Grössern an, welches §. 127 u. f. ausführlich gezeiget worden.

§. 536. Zuweilen ereignet sich der Fall, daß ein oder der andere Theil der Gleichung erst durch gemeine Rechnung gesuchet werden muß.

Z. E. Einer kauft ein Faß Wein, giebt davon A den vierten und dem B den fünften Theil, und noch 16 Maas darüber, rechnet die Maas zu 30 kr. und bekomt dafür 62 fl. Fr. Wie viel Maas hat das Faß gehalten?

Erstlich muß gesucht werden, wie viel 62 fl. Maas thun.

fl.		Maas.		fl.
$\frac{1}{2}$	——	1	——	62

124 Maas.

Nun

Nun seien die Maas, so das Faß gehalten, $= x$, 124 Maas $= a$, und 16 Maas $= b$.

$$\tfrac{1}{4}x + \tfrac{1}{5}x + b = a \quad (4$$
$$x + \tfrac{4}{5}x + 4b = 4a \quad (5$$
$$5x + 4x + 20b = 20a$$
$$9)\ 9x = 20a - 20b$$
$$x = \frac{20a - 20b}{9}$$

Resolution:

$$20a = 2480$$
$$-20b = -320$$
$$9)\ 2160$$
$$240 \text{ Maas.}$$

113) A, B, C, committirten eine Parthie Waar, davon bekam A $\frac{1}{5}$ und 20 ℔. und B $\frac{1}{3}$ und 30 ℔. da nun das ℔. $\frac{3}{4}$ fl. stunde, und A und B $517\frac{1}{2}$ fl. zusammen bezahlen musten, so ist die Frage: Wie viel C bekommen habe? Antw. 510 ℔.

Nachdem gesuchet worden, wie viel $517\frac{1}{2}$ fl. an ℔. thun, welches 690 sein werden, so werden nach der vorigen Gleichung die unbekante ℔. des A und B $= x$, $b = 20$ ℔, $c = 30$ ℔, und $a =$ die erhaltene ℔. genommen, da man dann 1200 ℔. erhalten wird, davon A 260 ℔. B 430 ℔. und C den Rest, nemlich 510 ℔. bekam.

114) Ein erfahrner Officier stellete den vierten Theil seiner Mannschaft und 10 Mann zum Hinterhalt; den fünften Theil und 20 Mann lies er gegen den Feind eine blinde Attaque machen, und mit der übrigen Mannschaft schlug er denselben, und machte eine grosse Beute, die er unter sämtliche Mannschaft dergestalt vertheilte, daß jeder vom vierten und fünften Theil $2\frac{1}{3}$ fl. bekam, welches die Summe von 10570 fl. ausmachte, das Uebrige aber dem

Theil, welcher geschlagen hatte, zu vertheilen liesse. Fr. Wie viel sind dieser lezteren gewesen? Antw. 5470 Mann.

Erstlich heisset es: $2\frac{1}{3}$ fl. —— 1 Mann —— 10570 fl.?

Alsdann ist die Gleichung: $\frac{1}{4}x + b + \frac{1}{5}x + c = a$, da dann bei der Resolution 10000 kommen, von welchen, wann der vierte Theil + 10, und der fünfte Theil + 20, weggethan wird, die Antwort bleibet.

Item: Von einem Faß, um 64 fl. gekauft, würde die Maas 8 Bazen gestanden haben, wann dasselbige um ein Fünftel, und noch 12 Maas mehr, gehalten hätte. Fr. Wie viel war des Weins?

32 kr. —— 1 Maas —— 64 fl.? Antw. 120 Maas.

Nun seien die unbekante Maas $= x$, 120 Maas $= a$, und 12 Maas $= b$.

$$x + \frac{1}{5}x + b = a \quad (5$$

$$5x + x + 5b = 5a$$

$$6)\ 6x = 5a - 5b$$

$$x = \frac{5a - 5b}{6}$$

Resolution:

$$5a = 600$$
$$-5b = -60$$
$$6)\ 540$$
90 Maas.

115) Einer kaufte ein Stük Zeug um 48 Thlr. und sagte: Wann dasselbige noch $\frac{1}{4}$ weniger 20 Ehlen gehalten, so hätte ihn die Ehl 24 kr. gestanden. Fr. Wie viel Ehlen hat es gehalten? Antw. 160 Ehlen.

Erstlich sage: 24 kr. —— 1 Ehl —— 48 Thlr?

Alsdann ist die Gleichung: $x + \frac{1}{4}x - b = a$.

116) Ein

116) Ein Handelsmann kaufte etliche Centner von einer Waar um 256 Thlr. und befande, daß ihn der Centner 16 Thlr. gestanden hätte, wann er noch $\frac{1}{9}$ derselben, weniger 4 Centner, darzu bekommen. Fr. Wie viel Ctr. sind es gewesen? Antw. 18 Ctr.

Erstlich sage: 16 Thlr. —— 1 Ctr. —— 256?

Alsdann ist die Gleichung: $x + \frac{1}{9}x - b = a$.

Addirt man zu 18 den neunten Theil, komt 20, hiervon 4, bleiben 16 Centner, zu 16 Thlr. gerechnet, macht 256 Thlr.

§. 537. Es ereignen sich auch Fälle, wo ein oder der andere Theil der Gleichung erst durch Buchstaben gesuchet werden muß.

Z. E. Ein Weber machte ein Stük Leinengebild, von gewisser Breite, und 40 mahl so lang, als die Breite war, und noch $4\frac{1}{2}$ Ehlen darzu: bekam für jede Ehl zu weben 12 kr. und zusammen 12 fl. 54 kr. Fr. Wie lang und breit war das Stük?

Wann man die Breite $= x$, und die Länge $40 = b$, miteinander multiplicirt, $4\frac{1}{2}$ Ehlen $= c$ addirt, und diese Summe mit 12 kr. oder d multiplicirt, so hat man den ersten Theil der Gleichung, welcher gleich ist 12 fl. 54 kr. oder 774 kr. welche $= a$.

$$bx + c \quad (d$$

$$dbx + cd = a$$

$$db) \quad dbx = a - cd$$

$$x = \frac{a - cd}{db}$$

Resolution:

$$a = 774$$
$$-cd = -54$$
$$db = 480) \ 720$$

$1\frac{1}{2}$ Ehl die Breite, diese mit 40 multiplicirt und $4\frac{1}{2}$ addirt, so komt auch die Länge $64\frac{1}{2}$ Ehlen, à 12 kr. macht den Weberlohn 12 fl. 54 kr.

§. 538. Befindet sich bei einer Vorgabe eine mehrerleinahmige Zahl, oder kleine Sorten, so kan die mehrerleinahmige Zahl entweder, wie jezt geschehen, einerleinahmig resolviret, oder die kleine Sorten zu grössern Theilen reduciret werden (§. 39 u. f.), in welch leztern Fall in vorstehender Vorgabe $x = 12\frac{9}{10}$ fl. und $d = \frac{1}{5}$ fl. gewesen wäre.

117) Wann ein Stük Zeug 60 mahl und noch $5\frac{1}{2}$ Ehlen länger wäre, als es breit ist, und jede Ehl kostete $1\frac{3}{4}$ Thlr. der ganze Betrag aber thäte $219\frac{5}{8}$ Thlr. wie lang und breit wäre ein solches Stük? Antw. 2 Ehlen breit und $125\frac{1}{2}$ Ehlen lang.

Die Gleichung ist, wie die Vorige, und ist hier die Breite $= x$, $219\frac{5}{8}$ Thlr. $= a$, die Länge $60 = b$, $5\frac{1}{2}$ Ehl $= c$, und $1\frac{3}{4}$ Thlr. $= d$.

Die kommende Breite mit 60 multiplicirt und $5\frac{1}{2}$ addirt komt auch die Länge.

118) Ein Canal war 6000 mahl so lang als breit, und noch $12\frac{1}{2}$ Ruthen darzu, und kostete jede Ruthe auszugraben $4\frac{1}{2}$ Thlr. zusammen aber $135056\frac{1}{4}$ Thlr. Fr. Wie lang und breit war der Canal? Antw. $30012\frac{1}{2}$ Ruthen und 5 Ruthen breit.

Hier ist die Breite $= x$, $6000 = b$, $12\frac{1}{2} = c$, $4\frac{1}{2} = d$, und $135056\frac{1}{4}$ Thlr. $= a$.

Die kommende Breite mit 6000 multiplicirt und $12\frac{1}{2}$ addirt komt auch die Länge.

Item: Ein Handelsbedienter wurde gefragt: Wie viel Ehlen die auf dem Ladentisch liegende zween Reste von schwarz- und blauem Tuch noch hielten? worauf er antwortete: Des blauen Tuchs ist noch einmahl so viel, als des Schwarzen: wäre des schwarzen Tuchs noch zwei- und des blauen Tuchs noch 3 Ehlen, und die Ehle des Erstern kostete 2 fl. und des Andern 3 fl. so machte der Lappe des blauen Tuchs 12 fl. mehr, als der Lappe des Schwarzen, woraus die Antwort leicht gefunden werden kan.

Die unbekante Ehlen seien $= x$, 12 fl. $= a$, 2 fl. $= b$, 3 fl. $= c$, 2 Ehlen $= d$, und 3 Ehlen $= e$.

Erstlich wird das schwarze Tuch: $x + d$, mit b multiplicirt:

$$\frac{x + d \,(b}{bx + bd}$$

Alsdann das bleue Tuch: $2x + e$, mit c:

$$\frac{2x + e \,(c}{2xc + ec}$$

Worauf von diesem Product jenes Product subtrahirt (§. 73), und der Rest denen 12 fl. welche $= a$, gleich genommen werden muß.

$$2cx + ce - bx - bd = a$$

$$2c - b)\ 2cx - bx = a - ce + bd$$

$$x = \frac{a - ce + bd}{2c - b}$$

Oder: Man macht die Formel nach §. 84 also:

$$\frac{(2x + e)\,c - (x + d)\,b}{2cx + ce - bx - bd}$$ u. s. f.

Resolution:

$$a = 12$$
$$-ce = -9$$
$$3$$
$$bd = 4$$
$$2c - b = 4)\ 7$$

$1\frac{3}{4}$ Ehl des schwarzen Tuchs, mithin $3\frac{1}{2}$ Ehl, als noch einmahl so viel, des blauen Tuchs.

119) Einer hat Ducaten, und zweimahl so viel Stük Louis d'or: hätte er noch 3 Ducaten, und noch 4 Louis d'or, so wäre der Betrag der Louis d'or à 11 fl. um 199 fl. mehr, als der Betrag der Ducaten à 5 fl. Fr. Wie viel ist jeder Sorte? Antw. 10 Ducaten, und 20 Louis d'or.

Die

Die unbekante Ducaten seien $= x$, die bekante Ducaten $= b$, der Preis derselben $— c$.

Alsdann seien die unbekante Louis d'or $= 2x$, die Bekante $= d$, der Preis $= e$, und endlich 199 fl. $= a$, so giebt es die vorige Gleichung: $2cx + de - cx - cb = a$.

120) Man hat zweierlei Waar: N° I. halb so viel, als N° II. wann man zu der Erstern 5, und zur Zweiten 10 ℔ thut, und verkauft von jener das Pfund um 6 Bazen, und von dieser um $7\frac{1}{2}$ Bazen, so löset man aus dieser 20 fl. mehr, als aus jener. Fr. Wie viel ist jeder der Waar? Antw. $28\frac{1}{3}$ ℔. von N° I. und $56\frac{2}{3}$ ℔. von N° II.

Die Gleichung ist, wie die Vorige, wann die unbekante ℔ $= x$, alsdann $b = 5$ ℔, $c = 6$ Bazen, $d = 10$ ℔, $e = 7\frac{1}{2}$ Bazen, und $a = 20$ fl. oder nach der Vorgabe 300 Bazen; dann mit Bazen hat man es bei dem Exempel zu thun, es sei dann, daß man solche zu Theilen des Gulden machet (§. 538).

Item: A und B kauffen 1 Faß Wein um 100 Thlr. davon nimt A $\frac{2}{5}$ und $12\frac{1}{2}$ Maas, und bezahlt dafür 60 Thlr. Fr. Wie viel hat das Faß gehalten?

Der Gehalt des Fasses sei $= x$, 100 Thlr. $= a$, 60 Thlr. $= b$, und $12\frac{1}{2}$ Maas $= c$, so heisset es nach der Regel de Tri:

b thut $\frac{2}{5}x + c$; was thut a?

$$\frac{\frac{2}{5}xa + ca}{b} = x$$

$$\frac{2}{5}ax + ca = bx$$

$$2ax + 5ca = 5bx$$

$$2a - 5b)\ 2ax - 5bx = -5ca$$

$$x = \frac{-5ca}{2a - 5b}$$

Resolution:

$$-5ac = -6250$$

$$2a - 5b = -100)\overline{\qquad}$$

$62\frac{1}{2}$ Maas hat das Faß gehalten.

121) Ein

121) Ein Faß Waar machte 32 fl. und also $\frac{3}{8}$ desselben, und noch $20\frac{1}{2}$ ℔. davon, $18\frac{5}{6}$ fl. Fr. Wie viel Pfund hat das Faß netto gewogen? Antw. 96 ℔.

Wann $a = 32$ fl. $b = 18\frac{5}{6}$ fl. $c = 20\frac{1}{2}$ ℔. und das Gewicht des Fasses $= x$ genommen wird, so hat man die vorige Procedur und Gleichung.

122) Etliche Stüke Leinen thaten 120 fl. und $\frac{1}{3}$ derselben, und 10 Ehlen davon, $42\frac{1}{2}$ fl. Fr. Wie viel haben sie Ehlen gehalten? Antw. 480 Ehlen.

Die Gleichung ist, wie vorhin.

Item: Ein Landkrämer brachte unter andern von der Frankfurter Meß nach Haus in einer Kiste 100 Ehlen ganzen Cattun, 150 Ehlen halben Cattun, und 200 Ehlen Flanell, deren Betrag zusammen 140 fl. ausmachte: nun war der Betrag der 150 Ehlen halben Cattun um 50 fl. weniger, als der 200 Ehlen Flanell, jede Ehle Flanell aber kam $\frac{1}{10}$ fl. mehr, als eine Ehle vom ganzen Cattun. Fr. Wie theuer ist die Ehle von jeder Sorte Waar eingekauft worden?

x sei erstlich der Preis einer jeden Ehl der Waar, 140 fl $= a$, 50 fl $= b$, $\frac{1}{10}$ fl $= c$, 100 Ehlen $= d$, 150 Ehlen $= e$, und 200 Ehlen $= f$.

Der Betrag des Cattuns ist: dx.
" " " des Flanells ist: $fx + fc$.
" " " des halben Cattuns ist: $fx + fc - b$.

Welches heisset:

dx, d. i. 100 Ehlen Cattun mit x, als dem unbekanten Preis einer jeden Ehle, multiplicirt, ist der Betrag vom Cattun.

$fx + fc$, d. i. 200 Ehlen Flanell mit dem unbekanten Preis einer Ehle multiplicirt, und die 200 Ehlen noch einmahl mit $\frac{1}{10}$ fl. multiplicirt und addirt, ist der Betrag vom Flanell.

$fx + fc - b$, d. i. der Betrag vom Flanell, weniger 50 fl. ist der Betrag von 150 Ehlen halben Cattun.

Diese drei Betrage, zusammen genommen, werden nun gegen a also in die Gleichung gebracht:

$$dx + fx + fc + fx + fc - b = a$$

$$d + 2f)\ dx + 2fx = a - 2fc + b$$

$$x = \frac{a - 2fc + b}{d + 2f}$$

Resolution:

$$a = 140$$
$$-2fc = -40$$
$$100$$
$$b = 50$$
$$d + 2f = 500)\ 150$$

$\frac{3}{10}$ fl. $= x$, und also der Preis von einer Ehle Cattun: die Ehle vom Flanell kostet $\frac{1}{10}$ mehr, mithin $\frac{4}{10}$, oder $\frac{2}{5}$ fl.: der Preis des halben Cattuns aber wird also gefunden:

Ehl.	fl.	Ehlen.
1 ——	$\frac{2}{5}$ ——	200?

Antw. 80 fl. Davon 50 fl. subtrahirt, so bleibt der Betrag vom halben Cattun übrig, dessen Ehlenpreis nun also berechnet wird:

Ehlen.	fl.	Ehl.
100 ——	30 ——	1?

Antw. 12 kr.

123) Einer kaufte dreierlei Wein, als: Von N°. I, 45, von N°. II, 50, und von N°. III, 75 Ohm, und bezahlte für sämtliche Weine überhaupt 3850 Thlr. rechnete N°. II, 100 Thlr. weniger als N°. III. und die Ohm hiervon $\frac{1}{3}$ Thlr. mehr als von N°. I. Fr. Wie hoch hat er die Ohm jedes Weins angeschlagen? Antwort: Die Ohm von N°. I. zu 20, von N°. II. zu $28\frac{1}{2}$, und von N°. III. zu $20\frac{1}{3}$ Thlr.

Der Preis einer jeden Ohm sei erstlich $= x$, der ganze Betrag $= a$, 100 Thlr. $= b$, $\frac{1}{3}$ Thlr. $= c$, 45 Ohm $= d$, 50 Ohm $= e$, und 75 Ohm $= f$; dahero N°. I. dx, N°. III. $fx + fc$, N°. II. $fx + fc - b$ ist.

124) In einer Fabrique arbeiteten in N° I, 25. in N° II, 15. und in N° III, 20 Personen, welche wöchentlich $102\frac{1}{2}$ fl. bekamen: in N° III. erhielt einer 30 kr. mehr als einer in N° I. die sämtliche Arbeiter aber in N° III, 15 fl. mehr als die in N° II. Fr. Wie viel hat jeder Arbeiter wöchentlich bekommen? Antw. In N° I, $1\frac{1}{2}$ fl. in N° II, $1\frac{2}{3}$ fl. und in N° III, 2 fl.

Wird der unbekante Wochenlohn eines jeden erstlich $= x$, der sämtliche Lohn $= a$, $25 = b$, $15 = c$, $20 = d$, $\frac{1}{2}$ fl $= e$, 15 fl $= f$, so ist der Wochenlohn

in N° I. bx.
" N° III. $dx + de$.
" N° II. $dx + de - f$, welche Summe $= a$ ist.

Item: Wie viel Wasser muß unter eine Maas Wein, welche 16 Bazen stehet, gegossen werden, um hernach die Maas um 10 Bazen geben zu können?

Das Wasser sei $= x$, 16 Bazen $= a$, und 10 Bazen $= b$.

$$b + xb = a$$
$$b)\ xb = a - b$$
$$x = \frac{a - b}{b}$$

Resolution:

$$a = 16$$
$$-b = -10$$
$$b \to 10)\ \frac{6}{10} \mid \frac{3}{5} \text{ Maas Wasser.}$$

Der Verstand dieser Gleichung ist: 1 Maas Wein und ein gewisser Theil Wasser, d. i. $1 + x$ mit b, d. i. 10 Bazen, multiplicirt, also: $1b + xb$, oder: $b + xb$, ist so viel, als 1 Maas zu 16 Bazen, welches auch aus der Antwort bewiesen werden kan:

Maas gemischter Wein Bazen. Maas gemischter Wein.
1 ——— 10 ——— $1\frac{3}{5}$

Antw. 16 Bazen.

 125) Wie

125) Wie viel Kupfer muß zu einem Loth fein Silber gethan werden, welches man $1\frac{1}{5}$ fl. rechnet, daß hernach 1 Loth der gemischten Masse 1 fl. komme? Antw. $\frac{1}{5}$ Loth, NB. wann das Kupfer ohne Wehrt angenommen wird.

Die Gleichung ist die Vorige.

126) Unter 1 Karat Gold, welche man 12 fl. rechnet, wil man Silber mischen, und solches ohne Wehrt annehmen, daß alsdann die Karat 9 fl. komme. Fr. Wie viel Silber muß darunter gethan werden? Antw. $\frac{1}{3}$ Karat.

Die Gleichung ist ebenfals, wie vorhin.

§. 539. **Bekomt man bei einer Vorgabe eine bekante Grösse, die mit einem Wurzelzeichen bemerket werden muß, und die unbekante Grösse befindet sich in dem ersten Grad, so gehöret solches Exempel auch noch hieher.**

Z. E. Wie muß die Quadratzahl 144 reducirt werden, um eine Quadratzahl zu 9, als der Wurzel, zu erhalten?

$\sqrt{144 - x)} = 9$; dann die Wurzel aus $144 - x$, oder vielmehr, diese Wurzelformel (§. 501 e) muß gleich sein der Wurzel 9, welche alsdann beiderseits quadrirt werden (§. 180).

$144 - x = 81$

$144 - 81 = x$

$63 = x$; werden diese 63 von 144 weggethan, so bleiben 81, als die Quadratzahl zu der Wurzel 9.

Oder mit Buchstaben, und allgemein:

$\sqrt{aa - x)} = b$

$aa - x = bb$; dann weil der erste Theil der Gleichung durch Wegthun des Wurzelzeichens zum Quadrat erhaben worden (§. 180), so muste auch b darzu erhaben werden.

$aa - bb = x$

Resolu-

Resolution,

dabei die Zahlen nach Belieben genommen werden können.

Z. E. a sei $= 4$, und $b = 3$,
so ist $aa = 16$
und $-bb = -9$

$7 = x$. Diese von 16 weggethan, bleibt die Quadratzahl 9.

Oder: a sei $= 5$, und $b = 4$,
so ist $aa = 25$
und $-bb = -16$

$9 = x$. Diese von 25 weggethan, bleibt 9 zur Quadratzahl.

§. 540. Komt, vermög einer Vorgabe, ein unbekanter Exponent vor, so muß man sich dabei der Logarithmen bedienen (§. 444 u. f.), um den Wehrt desselben zu finden.

Z. E. Zu welchem Grad ist die Wurzel 3 erhaben, da die Potenz $= 2187$ ist?

$$3^x = 2187$$

$$L3)\ x L3 = L2187$$

$$x = \frac{L2187}{L3}$$

Hier wurde nach §.481 der Logarithmus von der Wurzel 3 mit dem Exponenten x multiplicirt, so wurde dieser Theil gleich dem Logarithmus des andern Theils.

Vermög dieser Gleichungsreduction sol der Logarithmus von 2187 durch den Logarithmus von 3 dividirt werden, davon Ersterer 3. 3398488, und Lezterer 0. 4771213 ist.

0. 4771213) 3. 3398488 | 7 ist der Grad, worzu die Wurzel 3 erhaben worden, welche
3. 3398491 | Division §.476 nachgesehen werden kan.

Die Probe hierüber kan durch die Erhebung der Wurzel (§.227 a^7), oder durch den Rükweeg (§.330), gemacht werden.

Item: Da der Exponent mit einer unbekanten Zahl multiplicirt wird.

Z. E. Ein Juwelirer verkaufte einen Ring von unterschiedlichen schönen Steinen, bekam für den Ersten 3 fl. für den

Zweiten 9 fl. u. s. f. nach der geometrischen Progression (§. 322) immer für den Nächstfolgenden 3mahl mehr als für den Vorhergehenden; hätte er 4 dergleichen Ringe auf solche Art verkauft, so wäre der Betrag derselbigen, weniger 100 fl. auf 2816 fl. gekommen. Fr. Wie viel sind noch über die bemeldte 2 Steine im Ring gewesen?

$4 \times 3^{2x} - 100 = 2816$; dann die Potenz 3^{2x} mit 4 multiplicirt — 100 ist gleich 2816 fl.

$4 \times 3^{2x} = 2816 + 100$

4) $4 \times 3^{2x} = 2916$ Mit 4 dividirt.

$1 \cdot 3^{2x} = 729$ Hier wird, wie vorhin, beiderseits logarithmisch gegrössert.

2L3) $2 x L3 = L729$

$$x = \frac{L729}{2L3}$$

Der Logarithmus zu 729 ist: 2.8627275, und zu 3, zweimahl genommen: 09542426.

Die Division aber also: 0.9542426) 2.8627275 | 3 ist der Wehrt
2.8627278 | von x, mithin ist die Wurzel 3 zu dem sechsten Grad, d. i. der Exponent 2, noch 3mahl erhaben, welches anzeiget, daß der Ring über die zween Steine noch 4 enthalten habe; dann diese 6 Steine thun 729 fl. und diese 4mahl, weniger 100, genommen, macht obige Gleichung.

Nun ist hier noch übrig, von der geometrischen und harmonischen Proportion dasjenige zu zeigen, was §. 304 und §. 310 versprochen worden.

§. 541. Da man nach §. 300 weiß, daß bei einer geometrischen Proportion das Product der äussern dem Product der mitlern Glieder gleich sein müsse, und nach §. 301, wie eine geometrische Proportion von 4 Gliedern mit Buchstaben bezeichnet werde, so begreift man leicht, daß, wann für die vierte Proportionalzahl x genommen werde, man alsdann durch Gleichung eine ganz allgemeine Auflösung erhalte, d. i. für die erste, zweite und dritte Proportionalzahl beliebige Zahlen nehmen könne, welches §. 303 auch nach der gemeinen Art statt fande.

$$\text{Z. E.}\quad \frac{a:b = c:x}{a)\ \frac{ax = bc}{x = \frac{bc}{a}}}$$

Wann also das Product der mitlern Glieder durch das erste Glied dividirt wird, so zeiget der Quotient das vierte Glied an.

Z. E. Es sei $a = 8$, $b = 3$, und $c = 12$, so ist $bc = 36$, welche durch a, d. i. 8, dividirt, $4\frac{1}{2}$ zum vierten Glied bringet.

Oder: Da die Verhältnisse bruchsweise bezeichnet werden (§. 301):

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$
$$a = c$$
$$a)\ ax = cb$$
$$x = \frac{cb}{a}$$

Nach dieser allgemeinen Auflösung und Regel sei $a = 5$, $b = 6$, und $c = 7$, so ist $bc = 42$, welche mit a, d. i. 5, dividirt, $8\frac{2}{5}$ zum vierten Glied anzeiget.

§. 542. Vier Proportionalzahlen, oder, nach gemeiner Art, drei Regeldetrisäze, nebst dem Facit, werden gefunden, wann man 1) für die Summe des ersten und vierten Gliedes, und für die Summe des zweiten und dritten Gliedes, und zum Exponenten (§. 294), selbstbeliebige Zahlen nimt, alsdann 2) die Summe des zweiten und dritten Gliedes mit dem Exponenten multiplicirt, vom Product die Summe des ersten und vierten Gliedes subtrahirt, und den Rest durch das Quadrat des Exponenten, weniger 1, dividirt.

Z. E. Es sei die Summe des ersten und vierten Glieds $= 81$, die Summe des zweiten und dritten Glieds $= 45$, und der Exponent $= 2\frac{1}{2}$, so ist die Solution:

$$\begin{array}{r} 45 \\ 2\frac{1}{2} \\ \hline 112\frac{1}{2} \\ -81 \\ \hline 5\frac{1}{4})\ 31\frac{1}{2} \end{array}$$

$5\frac{1}{4})\ 31\frac{1}{2}$; dann $2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$ ist $6\frac{1}{4} - 1 = 5\frac{1}{4}$.

6 Die erste Proportionalzahl; folglichen die Zweite: 6 mahl $2\frac{1}{2}$, d. i. 15; die Dritte: $45 - 15$, d. i. 30; und die Vierte: $81 - 6$, d. i. 75.

Beweis:

$$\begin{array}{lcccccccc} & 6. & 15. & 30. & 75 & \text{oder:}\ 6. & 15. & 30. & 75 \\ & & +30 & & +6 & & 30 & & 6 \\ \hline \text{Erwählte Summen:} & & 45 & \text{und} & 81 & & 450 & & =450 \end{array}$$

Nach der Regel de Tri:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ — } 15 \text{ — } 30 \\ \quad\quad 30 \\ \hline 6)\ 450 \mid 75 \text{ die vierte Zahl.} \\ \quad 3 \end{array}$$

Nach dieser Anweisung ist keine Gleichung nöthig; dann wann die Summe des ersten und vierten Gliedes $= a$, die Summe des zweiten und dritten Gliedes $= b$, und der Exponent $= m$, so hat man die Formel zu allen möglichen vier Proportionalzahlen:

$$\frac{bm - a}{m^2 - 1}$$

Nimt man $a = 12$, $b = 10$, und $m = 4\frac{1}{2}$, so ist 10 mit $4\frac{1}{2}$ multipl. $= 45$, $- 12$ bleibt: 33, das Quadrat von $4\frac{1}{2} = 20\frac{1}{4} - 1$ giebt: $19\frac{1}{4}$ in 33 dividirt, komt: $1\frac{5}{7}$, als die erste Zahl, folglichen ist die Zweite: $4\frac{1}{2}$ mahl so viel, nemlich $7\frac{5}{7}$, die Dritte: $10 - 7\frac{5}{7}$, d. i. $2\frac{2}{7}$, und die Vierte: $12 - 1\frac{5}{7}$, nemlich $10\frac{2}{7}$, und also in der Ordnung:

$$\begin{array}{lcccc} & 1\frac{5}{7}. & 7\frac{5}{7}. & 2\frac{2}{7}. & 10\frac{2}{7} \\ \textbf{Probe:} & & 2\frac{2}{7} & & 1\frac{5}{7} \\ \hline \text{Erwählte Summen:} & & 10 & \text{und} & 12 \end{array}$$

Wann man also nach der allgemeinen Formel, vermög der angenommenen Summen und eines bestimten Exponenten, die erste Proportionalzahl gefunden hat, so wird dieselbige mit dem Exponenten multiplicirt, um die zweite Zahl zu erhalten: wird

diese zweite Zahl von der angenommenen Summe der zweiten und dritten Zahl subtrahirt, so erhält man die Dritte, und wann von der angenommenen Summe der ersten und vierten Zahl die Erste subtrahirt wird, so giebt es die vierte Proportionalzahl.

§. 543. Ist der Unterschied der ersten und zweiten, und der Unterschied der zweiten und dritten, mit der ersten und dritten Zahl geometrisch proportionirt, so heisset solches eine harmonische Proportion von drei Zahlen.

Z. E. Die Zahlen 10, 16 und 40 sind harmonisch proportional; dann der Unterschied der Ersten und Zweiten ist 6, und der Unterschied der Zweiten und Dritten ist 24: diese beide Zahlen stehen mit der ersten Grösse 10, und mit der Dritten 40, in einer geometrischen Proportion, also:

10. 16. 40

Unterschied 6. Unterschied 24

Geometrische Proportion:

10. 6. 40. 24

oder:

6. 10. 24. 40

$$\frac{6|3}{10|5} \qquad \frac{24|3}{40|5}$$

Mit Buchstaben geschiehet die Bezeichnung, wann man die erste Grösse a, die Andere b, und die Dritte c nennet, alsdann a von b und b von c subtrahirt, welche beide Reste und das erste und dritte Glied nebeneinander gesezet werden.

$$\frac{a\,.\;b\,.\;c}{b-a : c-b = a : c}$$

Multiplicirt man das erste und vierte Glied, und das Zweite und Dritte, miteinander, so hat man Beweis dieser geometrischen Proportion:

Z. E. Nach vorstehender Benennung mit Ziffern:

$$\frac{\begin{matrix} b-a : c-b = a : c \\ 6 \quad 24 \quad 10 \quad 40 \end{matrix}}{240 = 240}$$

§. 544. **Vier Zahlen sind harmonisch proportional, wann der Unterschied der ersten und zweiten, und der Unterschied der dritten und vierten Zahl, mit der Ersten und Vierten in einer geometrischen Proportion stehen.**

Z. E. Die Zahlen: 12. 16. 24. 36, stehen in einer harmonischen Proportion; dann der Unterschied der Ersten und Zweiten ist 4, und der Unterschied der Dritten und Vierten ist 12, diese beide Grössen stehen mit der ersten und vierten Grösse in einer geometrischen Proportion.

Die Bezeichnung mit Buchstaben ist, wie vorhin:

$$\frac{a.\quad b.\quad c.\quad d}{a - b : d - c = a : d}$$

Beweis:

$$b - a : d - c = a : d$$
$$16 - 12 : 36 - 24 = 12 : 36$$
$$4 : 12 = 12 : 36$$
$$\frac{12}{144} = \frac{4}{144}$$

§. 545. **Sol aus zwo Zahlen die dritte Zahl einer harmonischen Proportion gesuchet werden, so multiplicirt man die erste Zahl mit der Zweiten, und dividirt das Product durch das Duplum der ersten Zahl, nachdem die Zweite erst davon subtrahirt worden.**

Z. E. Die erste Zahl sei 10, und die Zweite 16:

10	20	Das Duplum.
16	— 16	Die zweite Zahl.
4) 160	4	
40	Die dritte Zahl einer harmonischen Proportion.	

Die allgemeine Formel ist:

$$\frac{a : b}{\frac{ab}{2a - b}}$$

§. 546. Sol aus der ersten und dritten Zahl einer harmonischen Proportion die zweite Zahl gesuchet werden, so wird die erste und dritte Zahl miteinander multiplicirt, das Product duplirt, und alsdann mit der Summe der ersten und dritten Zahl dividirt.

Z. E. Die erste Zahl sei 10, und die Dritte 40:

```
     40
     10
    ----
    400
    400
    ----
50) 800
    ----
     16 Ist die mitlere Zahl einer harmonischen Proportion.
```

Die allgemeine Formel ist:

ab Product der ersten und dritten Zahl.

$2ab$ Das Duplum.

$a+b$ Divisor.

§. 547. Sol aus drei Zahlen die vierte Zahl einer harmonischen Proportion gefunden werden, so wird die erste und dritte Zahl miteinander multiplicirt, und das Product durch die doppelte erste Zahl, nachdem die zweite Zahl davon subtrahirt worden, dividirt.

Z. E. Die Zahlen seien: 12. 16. 24.

```
     24              12
     12              12
    ----            ----
     48              24 Doppelte erste Zahl.
     24            — 16 Zweite Zahl.
    ----            ----
 8) 288               8
    ----
     36 Die vierte Zahl.
```

Die allgemeine Formel davon ist:

$$a . \quad b . \quad c$$

$$\frac{ac}{2a-b}$$

II. Da bei einer Vorgabe zweierlei unbekante Grössen vorkommen, und also zwo Gleichungen erfordert werden.

§. 548. Enthält eine Vorgabe zwo unbekante Grössen, welche x und y heissen können (§. 9), so müssen auch zwo Gleichungen formiret (§. 505), und einer jeden Wehrt besonders gesuchet werden, wie solches durch Exempeln deutlich gemacht werden sol.

Z. E. Zween Fuhrleute hatten zween Ballen von unterschiedenem Gewichte, A und B bezeichnet, zur Fracht geladen; hätte man von B einen Centner zu A gethan, so wären sie beide von gleichem Gewicht gewesen; hätte man aber von A einen Centner zu B gethan, so wäre dieser noch einmahl so schwer als A worden. Fr. Wie schwer war jeder Balle?

Wird das Gewicht von A $= x$, von B $= y$, und der Ctr. $= a$, oder nur 1 (§. 21), genommen, so ist die erste Gleichung:

$$x + 1 = y - 1, \quad \text{oder: } x + a = y - a;$$

dann wann dem x ein Centner zu- und dem y ein Centner weggethan wird, so sind, vermög der Vorgabe, beide Ballen gleich.

Nun wird bei der Reduction, eben wie bisher, darauf gesehen, daß man eine unbekante Grösse allein, und also den Wehrt von ihr, bekomme, die Andere aber wird noch wie eine bekante Grösse behandelt.

Z. E. Gegenwärtig sol der Wehrt von y gesucht, mithin solcher Buchstab abgesondert und allein gebracht werden.

$$x + a = y - a$$

$$x + a + a = y$$

$$x + 2a = y$$

Also ist der Wehrt von $y = x + 2a$ nach dem ersten Fall, wann dem Ballen A von B ein Centner zugethan würde.

Die zweite Gleichung über den zweiten Fall ist:

$$x - a = \frac{y + a}{2}$$

Dann wann von x ein Centner weg, und dem y zugethan wird, und solches alsdann noch einmahl so viel werden sol als x, so ist die Helfte von $y + a$ natürlicher Weise $= x - a$, welche Gleichung man nun gewöhnlich grössert:

$$x - a = \frac{y + a}{2}$$

$$2x - 2a = y + a$$

Wird nun der oben erhaltene Wehrt von y, nemlich $x + 2a$, hier an die Stelle, und unter eben dem Zeichen von y gesezet, welches man substituiren nennet, und die Gleichung reducirt, so erhält man den wahren Wehrt von x, von welchem auf den andern Wehrt von y geschlossen werden muß:

$$2x - 2a = x + 2a + a$$

$$2x - x = 2a + a + 2a$$

$$x = 5a$$

Resolution:

Bei der Bestimmung ist $a = 1$ Ctr. mithin sind $5a = 5$ Ctr. so A gewogen.

Ist $x = 5a$, so sind nach der ersten Gleichung $x + 2a = 7a$, das sind 7 Ctr. so B gewogen.

§. 549. Es gilt gleich, welcher unbekanten Grösse Wehrt zu erst gesuchet wird, wann man nur auf die Regel wohl Achtung giebt: daß, wann die Grösse, oder das Glied, an dessen Stelle, wie vorhin, ein gefundener Wehrt gesezet werden sol, multiplicirt oder dividirt ist, alsdann bemeldter Wehrt auch also multiplicirt oder dividirt und allezeit unter jenem Zeichen substituirt werden müsse.

Z. E. Man wolte bei bevorstehender Vorgabe auf den Wehrt von y sein Augenmerk zu erst richten, so wäre die erste Gleichung:

$$y - a = x + a$$

$$y - a - a = x$$

$$y - 2a = x$$

Also ist der Wehrt von $x = y - 2a$ nach dem ersten Fall, da von B ein Ctr. dem A zugethan würde. Die

Die zweite Gleichung über den zweiten Fall ist:

$$\frac{y+a}{2}=x-a$$

$$y+a=2x-2a$$

Wird nun der vorhin erhaltene Wehrt von x, nemlich $y-2a$, mit 2 multiplicirt an die Stelle von $2x$ gesezet, und die Gleichung reducirt, so erhält man den Wehrt von y, d. i. die Schwere vom Ballen B.

$$y+a=2y-4a-2a$$

$$y-2y=-a-4a-2a$$

$$-y=-7a$$ Umgewandt:

$$7a=y$$

127) Man hat zwo Zahlen: addirt man zu der ersten 10, und nimt von der andern so viel, so sind sie einander gleich; subtrahirt man aber von der Ersten 10, und addirt zur Andern so viel, so ist diese noch einmahl so viel als die Erste. Fr. Was sind es für Zahlen? Antw. 50 und 70.

§. 550. **Bei dieser Art Vorgaben bleibt es allezeit bei dem Verhältnis 5 gegen 7, oder 7 gegen 5,** dergestalten, daß, wann man die Glieder (§. 273) durch die Multiplication einer beliebigen ganzen oder gebrochenen Zahl multiplicirt, alsdann den Multiplicatoren von der grössern Zahl weg- und zu der Kleinern thut, oder den Multiplicatoren von der kleinern Zahl wegnimt und zu der Grössern addirt, im erstern Fall gleiche Zahlen erscheinen, im andern Fall aber die grössere Zahl noch einmahl so groß als die Kleinere kommen muß.

Z. E. 5 . 7 (6	oder: 5 . 7 (8	oder: 5 . 7 ($1\frac{1}{2}$	
30 . 42	40 . 56	$7\frac{1}{2}$. $10\frac{1}{2}$	oder: $7\frac{1}{2}$. $10\frac{1}{2}$
+ 6 − 6	− 8 + 8	+ $1\frac{1}{2}$ − $1\frac{1}{2}$	− $1\frac{1}{2}$ + $1\frac{1}{2}$
36 = 36	32 . 64	9 = 9	6 . 12

Item: Was sind das für zwo Zahlen, wann man zu der Ersten 3 addirt, und von der Zweiten 6 subtrahirt, ingleichen, wann man die Erste mit 10, und die Zweite mit 8 multiplicirt, daß im ersten Fall die Summe und der Rest, im andern Fall aber beide Producten, einander gleich sind?

Die erste Zahl sei $= x$, die Zweite $= y$, $3 = a$, $6 = b$, $10 = c$, und $8 = d$.

Erste Gleichung:

$$x + a = y - b$$
$$x + a + b = y$$

Zweite Gleichung über den andern Fall:

$$cx = dy$$
$$cx = dx + ad + db;$$
$$c - d)\ cx - dx = ad + db$$
$$x = \frac{ad + db}{c - d}$$

dann da jener Wehrt von y: $x + a + b$, hier an die Stelle von y kam, und solches mit d multiplicirt war, so muste dieser Wehrt auch damit multiplicirt werden (§. 549).

Resolution der zweiten Gleichung:

$$ad = 24$$
$$db = 48$$
$$c - d = 2)\,72$$

36 Der Wehrt von x, oder die erste Zahl.

Resolution der ersten Gleichung:

Die erste Zahl: $x = 36$
$$a = 3$$
$$b = 6$$

45 Die zweite Zahl.

Probe: Erste Zahl: 36 $+3$ = 39; Zweite Zahl: 45 -6 = 39

Oder: 36 × 10 = 360; 45 × 8 = 360

128) Einer kaufte zweierlei Waar; hätte er 1 ℔. von der Erstern um 20 kr. theurer bezahlt, und 1 ℔. von der andern 15 kr. wohlfeiler bekommen, so würden beide Preise gleich gewesen sein; und hätte er von der erstern 12 ℔. und von der andern 7 ℔. genommen, so hätte er für eine Waar so viel als für die andere bezahlen müssen. Fr. Wie hoch ist ein ℔. jeder

jeder dieser Waar gekommen? Antw. 1 ℔. der Erstern 49 kr. und 1 ℔. der Andern 48 kr.

Wann die erstere Waar $= x$, und die Andere $= y$, 20 kr. $= a$, 15 kr. $= b$, 12 ℔ $= c$, und 7 ℔ $= d$, so sind die Gleichungen, wie vorhin.

Dann nach der vorigen Reduction, da $x = \frac{ad + db}{c - d}$, ist hier

$$ad = 140$$
$$db = 105$$
$$c - d = 5)\ 245$$
49 kr. der Wehrt von x.

$$x = 49 \text{ kr.}$$
$$a = 20$$
$$b = 15$$
84 kr.

129) Ein Hauptmann hatte unter seinen Befehlen 60 Mann Grenadier, und 80 Mann Musquetier, und bekamen jene zusammen täglich so viel, als diese: rechnet man für einen Grenadier 2 kr. weniger, und für einen Musquetier 3 kr. mehr, so bekäme einer so viel, als der andere. Fr. Wie viel hat ein Grenadier und ein Musquetier täglich bekommen? Antw. Einer der Erstern 20, und einer der Andern 15 kr.

Die Gleichungen sind, wie vorhin, wann der tägliche Sold der Erstern $= x$, der Andern $= y$, $a = 2$, $b = 3$, $c = 80$ Mann, und $d = 60$ Mann.

Die Resolution ist nach der vorstehenden Reduction:

$$ad = 120$$
$$db = 180$$
$$c - d = 20)\ 300$$
15 kr. $= x$.

$$x = 15$$
$$a = 2$$
$$b = 3$$
20 kr.

§. 551.

§. 551. Wird eine gebrochene Grösse substituirt, deren Nenner aus etlichen Gliedern bestehet, so kan die Einrichtung, oder das Grössern, um Fehlern auszuweichen, a part geschehen.

Z. E. Als einer nach dem Wehrt zwoer Tabattieren gefragt wurde, antwortete er: In der Kleinern liegen 18 Ducaten, und darum ist sie um den vierten Theil, NB. des Wehrts der grössern Tabattiere, mehr wehrt, als die Grössere: thut man aber die 18 Ducaten in die grössere Tabattiere, so wird solche noch einmahl so viel mehr wehrt, als die Kleinere. Fr. Wie viel war jede Tabattiere ohne die Ducaten wehrt?

Der Wehrt der kleinern Tabattiere sei $= x$, der Wehrt der Grössern $= y$, 18 Ducaten $= a$, und $\frac{1}{4} = b$.

Nach diesen Benennungen heisset die erste Gleichung, bei welcher auf den Wehrt von y gesehen werden sol:

$$x + a - by = y$$

$$b + 1)\ x + a = by + y$$

$$\frac{x+a}{1+b} = y.$$ Also ist der Wehrt von y: $= \frac{x+a}{1+b}$

Die zweite Gleichung über den andern Fall:

$$\frac{y+a}{2} = x$$

$$y + a = 2x$$

Wird nun der bei der ersten Gleichung erhaltene Wehrt von y, nemlich: $\frac{x+a}{1+b}$, hier an die Stelle von y gebracht, so hat man diese Gleichung:

$$\frac{x+a}{1+b} + a = 2x.$$ Oder: $a + \frac{x+a}{1+b} = 2x$

Diese Gleichung muß nun mit $1 + b$ gegrössert und der Bruch dadurch weggeschaffet werden (§. 531), welches also a part geschehen kan:

a mit $1 + b$

$\quad\quad a$

komt: $a + ab$

$2x$ mit $1 + b$

$\quad\quad 2x$

komt: $2x + 2xb$

Wornach die Gleichung also ist:

$$a + ab + x + a = 2x + 2xb$$
$$a + a + ab = 2x - x + 2xb$$
$$1 + 2b)\ 2a + ab = 1x + 2xb$$
$$\frac{2a + ab}{1 + 2b} = x$$

Resolution der zweiten Gleichung:

$2a = 36$
$ab = 4\frac{1}{2}$

$1 + 2b = 1\frac{1}{2})\ 40\frac{1}{2}$ gegrössert.
$3)\ 81$
27 Ducaten war der Wehrt der Kleinern.

Resolution der ersten Gleichung:

$x = 27$
$a = 18$

$1 + b = 1\frac{1}{4})\ 45$
36 Ducaten war der Wehrt der Grössern.

130) Ein Ingenieur fragte einen Officier, welcher zween schöne Recrouten angeworben hatte: Wie viel er jedem Handgeld gegeben hätte? Worauf er antwortete: Der eine ist etliche Zoll höher als der andere; und wann ich dem Kleinern 30 fl. mehr gegeben hätte, so hätte er $\frac{2}{5}$, NB. des Grössern Handgelds, mehr als der Grössere bekommen: hätte ich aber dem Grössern 30 fl. mehr gegeben, so hätte er noch einmahl so viel als der Kleinere bekommen: Verstehet der Herr nun die Algebra, so kan er erfahren, wie viel einer bekommen? Die Antwort ist: Der Kleinere hat 40 fl. und der Grössere 50 fl. bekommen?

Wird das Handgeld des Kleinern $= x$, und des Grössern $= y$, 30 fl. $= a$, und $\frac{2}{5} = b$ genommen, so hat man die vorige Gleichungen.

131) A und B hatten eine Summe Geld zu theilen, also, daß, wann man zu des A seinem Theil noch 48 fl. legte, er $\frac{1}{8}$ von des B Antheil mehr als B, und, wann

wann man zu des B Antheil 48 fl. thäte, solcher noch einmahl so viel als A hätte. Fr. Wie viel war eines jeden Antheil? Antw. Des A Theil 51 fl. und des B Theil 54 fl.

Die Gleichungen sind wie die vorigen, und wird $a = 48$ fl. und $b = \frac{1}{6}$ fl. genommen.

§. 552. **Ist die Grösse, an deren Stelle ihr gefundener Wehrt gesezet werden sol, multiplicirt, und der Wehrt ein Bruch, so muß der Zähler des Bruchs mit dem Buchstaben, womit die unbekante Grösse multiplicirt ist, auch multiplicirt werden (§. 549).**

Z. E. In einer Fabrique arbeiteten ihrer drei zusammen 120 Tage, davon bekomt A 20 kr. B 24 kr. C 30 kr. täglich; bei der Auszahlung aber erhält einer so viel als der andere. Fr. Wie viel Tage hat jeder gearbeitet?

Des A Tage seien $= x$, des B Tage $= y$, $120 = a$, $20 = b$, $24 = c$, und $30 = d$, folglichen des C Tage $a - x - y$; dann wann x und y Tagen von a, d. s. 120 Tage, weggethan werden, so müssen natürlicher Weise des C Tagen übrig bleiben, nemlich: $a - x - y$.

Nach diesen Benennungen ist die erste Gleichung:

b) $bx = cy$, d. i. des A Tagen mit 20 multiplicirt sind gleich des B Tagen mit 24 multiplicirt.

$x = \frac{cy}{b}$ Also ist der Wehrt von $x = \frac{cy}{b}$, d. i. der Betrag des A Tagen ist gleich dem Betrag des y Tagen, wann solcher mit b dividirt wird.

Die zweite Gleichung:

$cy = da - dx - dy$, d. i. der Betrag des B Tagen, nemlich y mit c multiplic. ist gleich 120 Tagen mit 30 multiplicirt, weniger des A Tagen mit 30, und des B Tagen mit 30 multiplicirt, wobei keine Reduction statt hat.

Nun wird der bei der ersten Gleichung erhaltene Wehrt von x, d. i. $\frac{cy}{b}$, an die Stelle von x gebracht, und der Zähler des Bruchs mit dem Buchstaben, damit x multiplicirt ist, d. i. d, wie gedacht, auch multiplicirt:

$$cy = da - \frac{dcy}{b} - dy \ (b$$

$$bcy = bda - dcy - bdy$$

$$bc + dc + bd)\ bcy + dcy + bdy = bda$$

$$y = \frac{bda}{bc + dc + bd}$$

Resolution:

$$bad = 72000$$

$$bc + dc + db = 1800)\ \overline{\qquad}$$

40 Der Wehrt von y, d. i. 40 Tage hat B gearbeitet: ist nun, vermög der erstern Gleichung, $\frac{cy}{b}$, das ist 40, mit 24 multiplicirt, und das Product mit 20 dividirt, der Wehrt von x, so folget, daß A 48 Tage gearbeitet habe. Addirt man 40 und 48 Tage, so kommen die Tage für A und B, zusammen 88, welche von 120 Tagen subtrahirt, den Rest, nemlich 32 Tage, für C übrig lassen.

132) Einer kaufte von dreierlei Waaren, als: Von A, B und C zusammen 70 ℔. und bezahlte für 1 ℔. von A 30 kr. für 1 ℔. von B 20 kr. und für 1 ℔. von C 16 kr. da er nun für eine Waar so viel als für die andere bezahlet, so ist die Frage: Wie viel ℔. derselbe von jeglicher Sorte gekauft habe? Antw. Von A 16, von B 24, und von C 30 ℔.

Nennet man die Waare A $= x$, die Waare B $= y$, 70 ℔ $= a$, 30 kr. $= b$, 20 kr. $= c$, und 16 kr. $= d$, so sind die Gleichungen wie die Vorige.

133) Einer hat 118 Stük von dreierlei Geldsorten, als: Ducaten zu 5 fl. Carolinen zu 11 fl. und Souve-

rainen

rainen zu 15 fl. es beträgt aber eine jede Sorte so viel Gulden als die andere. Fr. Wie viel Stüke sind es von jeder Sorte? Antw. 66 Ducaten, 30 Carolinen, und 22 Souverainen.

In den Gleichungen nehme man die Ducaten $= x$, die Carolinen $= y$, 118 Stük $= a$, 5 fl. $= b$, 11 fl. $= c$, und 15 fl. $= d$, so hat man die vorige Operation.

§. 553. **Befindet sich eine unbekante Grösse, deren Wehrt man gefunden, mehr als einmahl in einer Gleichung, so wird der gefundene Wehrt an jede Stelle derselben gesezet.**

Z. E. Ambrosius sagte zu Bernhardus: Wann du mir von deinem Gelde ein Drittheil und noch 3 fl. gäbest, so hätte ich dreimahl so viel, als dir übrig bliebe; Bernhardus antwortete: Und wann du mir von deinem Gelde die Helfte gäbest, und noch 2 fl. darzu, so hätte ich neunmahl so viel, als dir übrig bliebe. Fr. Wie viel hat jeder gehabt?

Nota. Diese Art Vorgaben allgemein, d. i. mit lauter Buchstaben, aufzulösen, würde sehr beschwerlich fallen, dahero man sich der gemeinen Ziffern dabei bedienen kan (§. 508).

Des A Geld sei $= x$, des B Geld $= y$, so ist

Die erste Gleichung:

$$\frac{x + \frac{1}{3}y + 3}{3} = y - \frac{1}{3}y - 3$$

Das heisset: Der dritte Theil von $x + \frac{1}{3}y$ und 3 ist gleich dem Rest von y, nemlich $y - \frac{1}{3}y - 3$, welche Gleichung nun ordentlich gegrössert wird:

$$\frac{x + \frac{1}{3}y + 3}{3} = y - \frac{1}{3}y - 3$$

$$x + \frac{1}{3}y + 3 = 3y - y - 9$$

$$x = 3y - y - \frac{1}{3}y - 3 - 9$$

$$x = 3y - y - \frac{1}{3}y - 12$$

$x = 1\frac{2}{3}y - 12$. Also ist der Wehrt von $x = 1\frac{2}{3}y - 12$, welcher hernach an die Stelle von x gebracht wird.

Die zweite Gleichung:

$$\frac{y + \frac{1}{2}x + 2}{9} = x - \frac{1}{2}x - 2$$

Das heisset: Der neunte Theil von $y + \frac{1}{2}x$ und 2 ist gleich dem Rest von x, nemlich $x - \frac{1}{2}x - 2$, welche Gleichung nun gehörig gegrössert wird:

$$\frac{y + \frac{1}{2}x + 2}{9} = x - \frac{1}{2}x - 2$$

$$y + \frac{1}{2}x + 2 = 9x - 4\frac{1}{2}x - 18$$

$$y + \frac{1}{2}x + 2 = 4\frac{1}{2}x - 18$$

Wird nun der Wehrt von x, nemlich $1\frac{2}{3}y - 12$, jedesmahl an die Stelle von x gesezet, so ist die Gleichuug:

$$y + \frac{5}{6}y - 6 + 2 = 7\frac{1}{2}y - 54 - 18$$

dann da einerseits der Gleichung x mit $\frac{1}{2}$ multiplicirt ist, so muste $1\frac{2}{3}y - 12$ auch mit $\frac{1}{2}$ multiplicirt werden, kam $\frac{5}{6}y - 6$.

Desgleichen, da anderseits der Gleichung x mit $4\frac{1}{2}$ multiplicirt war, so muste auch $1\frac{2}{3}y - 12$ damit multiplicirt werden, da dann $7\frac{1}{2}y - 54$ kam.

Die Reduction dieser erhaltenen Gleichung ist nun:

$$y + \frac{5}{6}y - 6 + 2 = 7\frac{1}{2}y - 54 - 18$$

$$y + \frac{5}{6}y - 7\frac{1}{2}y = 6 - 2 - 54 - 18$$

$$-6 + 2 + 54 + 18 = -y - \frac{5}{6}y + 7\frac{1}{2}y$$

$$-6 + 74 = -1\frac{5}{6}y + 7\frac{1}{2}y$$

$5\frac{2}{3}$) $68 = 5\frac{2}{3}y$; dann $1\frac{5}{6}$ von $7\frac{1}{2}$ bleiben $5\frac{2}{3}$.

$\frac{68}{5\frac{2}{3}} = y$. Also ist der Wehrt von $y = 68$ mit $5\frac{2}{3}$ getheilt, welches 12 giebt, und B sein Geld ist, mithin nach der ersten Gleichung: $1\frac{2}{3}y = 12$, das ist 8, des A sein Geld sein muß.

134) Als ein Schäfer um die Anzahl seiner Schaafe und Hämmel befragt wurde, antwortete er: Thue ich von den Hämmeln $\frac{2}{5}$ und 10 Stük zu den Schaafen, so machen solche dreimahl so viel Stüke zusammen, als Hämmel übrig bleiben; thue ich aber von den

Schaafen $\frac{3}{10}$, und noch 20 Stük zu den Hämmeln, so machen solche so viel Stüke zusammen, daß $\frac{1}{3}$ derselben so viel sind, als von den Schaafen übrig bleiben. Fr. Wie viel Stüke waren es von jeder Gattung? Antw. 100 Stük.

Nimt man die Schaafe $= x$, die Hämmel $= y$, so ist x, $\frac{2}{5}y$ und 10 dreimahl so viel, als der Rest von y, nemlich $y - \frac{2}{5} - 10$; dahero muß, um eine Gleichung zu machen, der erste Theil der Gleichung mit 3 dividirt werden, so giebt es die Formel: $\frac{x + \frac{2}{5}y + 10}{3} = y - \frac{2}{5}y + 10$, worauf ferner, wie vorhin, procedirt wird.

135) Ein Commandant hatte auf einem Posten Husaren, und auf dem andern Posten Infanterie: zu einer Zeit detaschirte er ein Drittheil und 10 Mann Husaren zur Verstärkung der Infanterie, und blieben so viel Husaren auf dem Posten, als ein Fünftheil der Infanterie und der detaschirten Husaren zusammen ausmachten; wäre im Gegentheil von der Infanterie die Helfte und 40 Mann zu den Husaren detaschirt worden, so wären derselben so viel stehen geblieben, als ein Achttheil der Husaren und der detaschirten Infanterie zusammen ausgemacht hätten. Fr. Wie viel waren der Infanteristen und Husaren? Antw. Der Erstern 120, und der Leztern 60 Mann.

Wird die Infanterie $= x$, und die Husaren $= y$ genommen, so ist die Gleichung die Vorige, dabei der erste Theil der Gleichung mit 5 dividirt werden muß.

Item: **Was sind das für zwo Zahlen, deren Summe 75, und ihr Unterschied 15 ist?**

Die kleinere Zahl sei $= x$, die Grössere $= y$, $75 = a$, und $15 = b$.

Erste Gleichung, da aus der Summe der kleinern und grössern Zahl der Wehrt der Grössern gesucht wird.

$x + y = a$

$y = a - x$. Also ist der Wehrt der grössern Zahl $y = 75$, weniger die kleinere Zahl x.

Zweite Gleichung, da aus dem Unterschied der grössern und kleinern Zahl der Wehrt der Grössern gesucht wird.

$$\frac{y - x = b}{y = b + x.}$$

Also ist der Wehrt der grössern Zahl $y =$ dem Unterschied und der kleinern Zahl x.

Werden nun die beide Wehrte der grössern Zahl in eine Gleichung gebracht, so findet man den Wehrt der kleinern Zahl:

$$a - x = b + x$$
$$a - b = x + x$$
$$2)\ a - b = 2x$$
$$\frac{a - b}{2} = x$$

Resolution:

$$a = 75$$
$$-b = 15$$
$$2)\ 60$$

30 Die kleinere Zahl, mithin ist 15 + 30 die grössere Zahl.

136) Als einer gefragt wurde: Wie alt sein Sohn sei? antwortete er: Wann meines Sohns Alter zu dem Meinigen addirt wird, so bekomt man zur Summe 68; wird aber dasselbige von meinem Alter subtrahirt, so bleiben 36 übrig. Fr. Wie alt war der Sohn? Antw. 16 Jahr, und der Vater 52 Jahr.

Nimt man, wie vorhin, die kleinere Zahl $= x$, und die Grössere $= y$, $68 = a$, und $36 = b$, so hat man die vorige Gleichungen.

137) Wann zwo Zahlen addirt werden, so bekomt man $48\frac{3}{4}$; wird aber die Kleinere von der Grössern subtrahirt, so ist der Unterschied $15\frac{5}{12}$. Fr. Welches sind die beide Zahlen? Antw. $32\frac{1}{12}$, und $16\frac{2}{3}$.

Wann die kleinere Zahl $= x$, die Grössere $= y$, $48\frac{3}{4} = a$, und $15\frac{5}{12} = b$ genommen werden, so hat man die vorige Gleichungen.

Item:

Item: Wann zwo Zahlen addirt werden, so machen sie die Summe von 75, und so man die Grössere durch die Kleinere dividirt, komt zum Quotienten 4. Fr. Welches sind die Zahlen?

Die grössere Zahl sei $=x$, die Kleinere $=y$, $75=a$, und $4=b$.

Die erste Gleichung, da aus der Summe der grössern und kleinern Zahl der Wehrt der Grössern gesucht wird:

$$x+y=a$$
$$x=a-y.$$ Also ist der Wehrt der grössern Zahl $x=75$, weniger die kleinere Zahl.

Die zweite Gleichung, da aus dem Quotienten, wann die grössere Zahl durch die Kleinere dividirt wird, der Wehrt der grössern Zahl gesucht wird:

$$\frac{x}{y}=b$$
$$x=by.$$ Also ist der Wehrt der grössern Zahl $x=$ dem Product der Kleinern mit dem Quotienten.

Werden nun diese beiden Wehrte von x in eine Gleichung gebracht, so findet man den Wehrt der kleinern Zahl.

$$a-y=by$$
$$b+1)\ a=by+y$$
$$\frac{a}{b+1}=y$$

Resolution:

$$a=75$$
$$b+1=5)\ \overline{\quad}$$

15 Die kleinere Zahl, folglichen ist die Grössere 75 — 15, d. i. 60, diese durch 15 dividirt, komt 4 zum Quotienten.

138) A fragte B: Wie viel ℔. er kauffen wolte? Dieser antwortete: Wann meine ℔. und die ℔. welche du kauffen wilst, addirt werden, so kommen 240; wann ich aber meine ℔. durch die Deinige divividire, so

komt zum Quotienten 9. Fr. Wie viel ℔. hat jeder kauffen wollen? Antw. A 24 und B 216 ℔.

Wann die ℔. von A $= x$, von B $= y$, 240 ℔ $= a$, und 9 ℔ $= b$ genommen werden, so ist die erste Gleichung: $y + x = a$, die zweite Gleichung: $yx = b$, mithin sind die beiden Wehrte von $y = a - x$ und bx.

139) Zween haben eine Summe von 405 fl. zu theilen; wann man des A Theil durch des B Theil dividirt, so ist der Quotient 8. Fr. Wie viel hat demnach jeder bekommen? Antw. A 360 und B 45 fl.

* * *

III. Da bei einer Vorgabe dreierlei unbekante Grössen vorkommen, und also drei Gleichungen erfordert werden.

§. 554. Sind in einer Vorgabe drei unbekante Grössen enthalten, welche man x, y und z nennen kan (§. 9), so müssen auch drei Gleichungen angestellet werden (§. 505), in deren jeder allemahl der Wehrt einer unbekanten Grösse gesucht werden muß, wie solches durch Exempeln deutlich gemacht werden sol.

Z. E. Drei Erben haben eine Erbschaft also zu theilen, daß der Erste und Zweite 300 fl. mehr als der Dritte: der Zweite und Dritte 100 fl. mehr als der Erste, und der Erste und Dritte 200 fl. mehr als der Zweite haben sol. Fr. Wie viel wird jeder bekommen, und wie groß ist die Erbschaft?

Die unbekante Theile seien nach bemeldter Ordnung $= x$, y und z, 300 fl $= a$, 100 fl $= b$, und 200 fl $= c$; dahero ist

Die erste Gleichung:

$$x + y - a = z$$

Dann wann von x und y die Grösse a weggethan wird, so ist alsdann natürlicher Weise x und $y = z$.

Die

Die zweite Gleichung:

$y + z - b = x$

Dann wann von y und z die Grösse b weggethan wird, so ist ganz begreiflich, daß alsdann $y + z$ der Grösse x gleich sein müsse.

Die dritte Gleichung:

$x + z - c = y$

Dann wann man endlich von $x + z$ die Grösse c wegthut, so folget, daß hernach $x + z$ der Grösse y gleich sei.

Aus diesen Gleichungen erkennet man nun zwar die Wehrten von z, y und x; alleine nur überhaupt, und allemahl mit Inbegriff der übrigen beiden unbekanten Grössen, dahero, solche insbesondere zu finden, ferner also procedirt wird:

Erstlich, wird der Wehrt von z, nemlich $x + y - a$, in eine jede der beiden übrigen Gleichungen, anstatt z, gesezet, so erhält man folgende Formeln:

1) $y + x + y - a - b = x$
2) $x + x + y - a - c = y$

Vermög der ersten Formel wird nun der Wehrt von y erhalten:

$$y + x + y - a - b = x$$
$$2)\ 2y + x - x = a + b$$
$$y = \frac{a + b}{2}$$

Vermög der zweiten Formel wird der Wehrt von x erhalten:

$$x + x + y - a - c = y$$
$$2)\ 2x + y - y = a + c$$
$$x = \frac{a + c}{2}$$

Werden diese beide Wehrten von y und x an ihre Stellen in die erste Gleichung gebracht, so findet man auch den Wehrt von z.

$$\frac{a + b}{2} + \frac{a + c}{2}$$

Oder: $$\frac{a + b + a + c}{2} - a = z$$
$$2)\ a + b + a + c - 2a = 2z$$
$$\frac{b + c}{2} = z$$

Resolu-

Resolutionen

des Wehrts von x:	des Wehrts von y:	des Wehrts von z:
$a+c=500$	$a+b=400$	$b+c=300$
2) ——	2) ——	2) ——
250 fl. $=x$, u.	200 fl. $=y$, u.	150 fl. $=z$, u.
also der erste Theil.	also der zweite Theil.	also der dritte Theil.

250 fl. der erste Theil.
200 fl. der zweite Theil.
150 fl. der dritte Theil.
600 fl. die Erbschaft.

140) Man hat drei Reste Zeug, davon hält N°. I. und II. noch 18 Ehlen mehr als N°. III. und N°. II. und III. noch 5 Ehlen mehr als N°. I. N°. I. und III. aber 15 Ehlen mehr als N°. II. Fr. Wie groß war jeder Rest, und wie viele Ehlen haben sie zusammen gehalten? Antw. N°. I, $16\frac{1}{2}$ Ehlen, N°. II, $11\frac{1}{2}$ Ehlen, und N°. III, 10 Ehlen, folglichen zusammen 38 Ehlen.

Nennet man die Resten x, y, z, 18 Ehlen $=a$, 5 Ehlen $=b$, und 15 Ehlen $=c$, so sind die Gleichungen, wie vorhin, wobei die Resolutionen also geschehen:

$a+c=33$	$a+b=23$	$b+c=20$
2) ——	2) ——	2) ——
$16\frac{1}{2}$ Ehlē $=x$	$11\frac{1}{2}$ Ehlē $=y$	10 Ehlē $=z$

141) A, B, und C, legten zur Handlung ein Capital, und zwar: A und B 4000 fl. mehr als C: B und C 600 fl. mehr als A: A und C aber 3000 fl. mehr als B. Fr. Wie stark war das Capital, und eines jeden Zulage? Antw. Des A Zulage war 3500 fl. des B 2300 fl. und des C 1800 fl. mithin das Capital 7600 fl.

Wann die drei unbekante Zulagen x, y und z genennet, und 4000 fl. $=a$, 1600 fl. $=b$, und 3000 fl. $=c$ genommen werden, so ist es die vorige Gleichung.

Item:

Item: Wann ein Capital von 34481 fl. auf 4 Jahre zu 5 pro Cento Interessen ausgelehnet wäre, und man solte dasselbige also wieder beziehen, daß jedes Jahr vom Capital und Interessen, zusammen genommen, gleich viel bezahlet würde, so fragt sichs: Wie viel jedes Jahr vom Capital abgetragen werden müsse? (Diese Auflösung s. §. 343.2).

Nennet man das Capital $= a$, was nach dem ersten Jahr von dem Capital abzulegen wäre $= x$, was nach dem zweiten Jahr zu zahlen $= y$, und nach dem dritten Jahr $= z$, (nach dem vierten Jahr muß der Rest vom Capital und die gehörige Interessen übrig sein, folglichen ist darüber keine Rechnung nöthig,) und die Interessen, so vermög der 5 pro Cento $\frac{1}{20}$ vom Capital sind, $= \frac{n}{m}$, (wobei nicht aus der Acht zu lassen, daß $n = 1$, und $m = 20$,) so werden die Gleichungen also angestellet:

Form der ersten Gleichung:

$$x + \frac{na}{m} = y + \frac{na - nx}{m}$$

Das heisset: x, nemlich der Abtrag vom Capital nach Verlauf des ersten Jahrs, und $\frac{na}{m}$, das sind die Interessen vom ganzen Capital, oder, der zwanzigste Theil desselbigen, ist gleich, oder eben so viel als y, d. i. dem Abtrag vom Capital nach Verlauf des zweiten Jahrs, und denen Interessen vom ganzen Capital, weniger x, d. i. dem Abtrag des Capitals vom ersten Jahr, welches mit Ziffern also ausgedrukt werden kan: $\frac{34481 - x}{20}$

Form der zweiten Gleichung:

$$x + \frac{na}{m} = z + \frac{na - nx - ny}{m}$$

Das heisset: Der Abtrag vom Capital, samt Interessen, nach Verlauf des ersten Jahrs, ist gleich z, oder so viel als der Abtrag vom Capital nach Verlauf des dritten Jahrs, nebst dem zwanzigsten Theil vom ganzen Capital, weniger dem Abtrag nach Verlauf des ersten und zweiten Jahrs, welches mit Ziffern also stehet: $\frac{34481 - x - y}{20}$

Diese formirte Gleichungen, welche nur zu richtigen Begriffen dienen sollen, werden nun nach vorhergehenden Regeln behandelt.

Erste

Erste Gleichung,

dabei der Wehrt von y gesuchet, und also alleine gebracht wird.

$$x + \frac{na}{m} = y + \frac{na - nx}{m}$$

$$xm + na = ym + na - nx$$

Hier wurden die Brüche eingerichtet, oder beide Theile mit m gegrössert.

$$xm + na - na + nx = ym$$

$$m)\ xm + nx = ym$$

$$x + \frac{nx}{m} = y \text{ (s. §. 116).}$$

Also ist der Wehrt von $y = x + \frac{nx}{m}$.

Zweite Gleichung,

dabei der Wehrt von z gesuchet wird, und der vorhin erhaltene Wehrt von y, nemlich: $x + \frac{nx}{m}$, an die Stelle von y gesezt werden muß.

$$x + \frac{na}{m} = z + \frac{na - nx - ny}{m}$$

Hier müste der Wehrt von y, nemlich: $x + \frac{nx}{m}$, an die Stelle von y, welches bei dem Glied ny befindlich, gesezet werden; weil aber solches, wegen des Bruchs, nicht wohl angehet, so wird die Gleichung erst eingerichtet, oder mit m gegrössert, und also der Bruch weggeschaft, da alsdann gemächlicher substituirt werden kan.

$$x + \frac{na}{m} = z + \frac{na - nx - ny}{m}$$

$$mx + na = mz + na - nx - ny \quad \text{Reduct.}$$

$$mx + nx + ny = mz$$

Hier wird nun an die Stelle von ny der Wehrt von y gesezet, welcher, weil y mit n multiplicirt ist, der Wehrt auch erst damit multiplicirt werden muß (§. 549), da man dann $nx + \frac{nnx}{m}$, oder $\frac{n^2 x}{m}$, erhält, und die Gleichung also formiret wird:

$$mx + nx + nx + \frac{n^2 x}{m} = mz$$

$$mx + 2nx + \frac{n^2 x}{n} = mz$$

$$m^2)\ m^2 x + 2nmx + n^2 x = m^2 z$$

$$x + \frac{2nmx + n^2 x}{m^2} = z$$

Also ist der Wehrt von $z = x + \frac{2nmx + n^2 x}{m^2}$

Dritte Gleichung,

dabei der Wehrt von x gesuchet wird:

$$x + \frac{na}{m} = \frac{na - nx - ny - nz}{m} + a - x - y - z$$

Welches heisset: Der Abtrag nach dem ersten Jahr an Capital und Interessen, nemlich: $x + \frac{na}{m}$, ist gleich dem zwanzigsten Theil des Capitals, weniger dem Abtrag des ersten, zweiten und dritten Jahrs, das ist: $\frac{na - nx - ny - nz}{m}$, und dem Capital, weniger den 3 Abträgen, als: $a - x - y - z$.

Hier müsten die beide Wehrten von y und z an ihre Stellen gebracht werden; weil es aber, wie vorhin, bei dem Wehrt von y, wegen des Bruchs, nicht wohl angehet, so wird die Gleichung erst reducirt:

$$x + \frac{na}{m} = \frac{na - nx - ny - nz}{m} + a - x - y - z$$

$$mx + na = na - nx - ny - nz + ma - mx - my - mz$$

$$n + m)\ nz + mz + na - na = - nx - mx - ny + ma - mx - my$$

$$z = -2mx - nx - ny + ma - my$$

$$z = \frac{-2mx - nx + ma}{n + m} - y$$

Da hier $-ny$ und $-my$ ebenfals mit $n + m$ dividirt werden kan, so komt der Quotient $-y$ in diesen Theil der Gleichung.

Nun wird der Wehrt von z, nemlich: $x + \frac{2nmx + n^2x}{m^2}$, und der Wehrt von y, nemlich: $x + \frac{nx}{m}$, an dieser beiden Buchstaben Stellen gesezet, und die Reduction gehörig verrichtet:

$$x + \frac{2nmx + n^2x}{m^2} = \frac{-2mx - nx + ma}{m+n} - x - \frac{nx}{m}$$

$$m^2x + 2nmx + n^2x = \frac{-2m^3x - m^2nx + m^3a}{m+n} - m^2x - \frac{m^2nx}{m}$$

$$-m^2x - mnx$$

$$m^2x + 2nmx + n^2x + m^2x + mnx = \frac{-2m^3x - m^2nx + m^3a}{m+n}$$

$$m + n$$

$$2m^3x + 5m^2nx + 4mn^2x + n^3x = -2m^3x - m^2nx + m^3a$$

$$2m^3x + 5m^2nx + 4mn^2x + n^3x + 2m^3x + m^2nx = m^3a$$

$$4m^3x + 6m^2nx + 4mn^2x + n^3x = m^3a$$

Wegen des Raums wurde das Grössern, oder die Multiplication, des ersten Theils der Gleichung mit $m + n$ a part verrichtet, und das reducirte Product nur darunter gesezet.

Bei dieser Gleichung ist nun der Divisor:

$$4m^3 + 6m^2n + 4mn^2 + n^3$$

und der Quotient:

$$x = \frac{m^3a}{4m^3 + 6m^2n + 4mn^2x + n^3}$$

Resolution:

$4m^3 = 32000$
$6m^2n = 2400$
$4mn^2 = 80$
$n^3 = 1$
3448I

$a = 3448$I mit m^3, d. i. $20 \times 20 \times 20$, multiplicirt.

8000

34481) 275848000

8000 = x

Also

Also ist der Wehrt von $x = 8000$ fl. Capital, so nach dem ersten Jahr abgetragen wird.

Der Wehrt von y ist nach der ersten Gleichung:

$x + \frac{nx}{m}$, mithin $= 8400$ fl. Capital, welches nach dem zweiten Jahr abgetragen wird.

Der Wehrt von z ist nach der zweiten Gleichung:

$x + \frac{2nmx + n^2 x}{m^2}$, mithin $= 8820$ fl. Capital, welches nach dem dritten Jahr abgetragen wird.

25220 fl. Diese vom ganzen Capital abgezogen,

bleiben 9261 fl. welche nach dem 4ten Jahr bezahlt werden.

34481 fl. Das ganze Capital.

Probe:

	fl.	kr.
Das erste Jahr wird an Capital bezahlt . . .	8000 :	—
Interessen vom ganzen Capital	1724 :	3
	9724 :	3
Das zweite Jahr wird an Capital bezahlt . . .	8400 :	—
Interessen vom übrigen Capital, nemlich von 26481 fl.	1324 :	3
	9724 :	3
Das dritte Jahr wird an Capital bezahlt . . .	8820 :	—
Interessen vom übrigen Capital, nemlich von 18081 fl.	904 :	3
	9724 :	3
Das vierte Jahr wird an Capital bezahlt . . .	9261 :	—
Interessen vom Rest Capital, nemlich von 9261 fl.	463 :	3
	9724 :	3

142) Wann einem Münzmeister $4146\frac{15}{16}$ Mark, oder 66351 Loth, fein Silber gegeben würde, mit dem Auftrag, dasselbige in vier Theile also abzutheilen, daß, wann zum ersten Theil 4 pro Cento des ersten, zweiten, dritten und vierten Theils, zum zweiten Theil 4 pro Cento des zweiten, dritten und vierten Theils, zum dritten Theil 4 pro Cento des dritten und vierten Theils, und zum vierten Theil 4 pro Cento dieses vierten Theils Zusaz komme, aus jedem Theil gleich viele Sorten, jede 1 Loth schwer, geprägt werden könten, wie viel müste auf jeden Theil feinen Silbers genommen, und wie viele Sorten könten alsdann aus jedem Theil gemünzet werden? Antw. Zu dem ersten Theil 15625 Loth, zu dem zweiten Theil 16250 Loth, zu dem dritten Theil 16900 Loth, und zum vierten Theil 17576 Loth.

Nennet man, nach Masgab des vorstehenden Exempels, das feine Silber $= a$, die drei ersten Theile $= x, y, z$, und den Zusaz, so vermög der 4 pro Cento $\frac{1}{25}$ ist, $= \frac{n}{m}$, so ist die Operation der vorigen ganz gleich.

Zur Probe können die im vorstehenden Exempel gefundene Werthen von x, y, z, auf gegenwärtige Vorgabe applicirt und resolvirt werden, als:

Der Wehrt von x ist: $\frac{m^3 a}{4m^3 + 6m^2 n + 4mn^2 + n^3}$, mithin ist hier $m^3 a = 1036734375$.

$$\begin{aligned} 4m^3 &= 62500 \\ 6m^2 n &= 3750 \\ 4mn^2 &= 100 \\ n^3 &= 1 \end{aligned}$$

66351) 1036734375 | 15625 Loth, der erste Theil feinen Silbers.

Wird nun der Werth von y und z nach vorhergehender Auflösung ferner resolvirt, so erhält man die übrige Theile auch.

Die

Die Probe wird nach der Regel de Tri gemacht:

Loth.	Loth.	Loth.	
100 ——	4 ——	66351 ?	Antwort: $2654\frac{1}{25}$ Loth.
			Hierzu: 15625
			$18279\frac{1}{25}$ Loth.

Loth.	Loth.	Loth.	
100 ——	4 ——	66351 ?	
		— 15625	
		50726 ?	Antwort: $2029\frac{1}{25}$ Loth.
			Hierzu: 16250
			$18279\frac{1}{25}$ Loth u.s.f.

143) Wann ein Capital von 546827 fl. oder Thlr. oder was es sonst für eine Geldsorte wäre, zu 6 vom Hundert ausgeliehen würde, und dasselbige solte auf vorbemeldte Weise wiederum in vier Jahren bezogen werden, wie viel müste jedes Jahr vom Capital bezahlt werden? Antw. Nach dem ersten Jahr: 125000, nach dem zweiten Jahr: 132500, nach dem dritten Jahr: 140450, und nach dem vierten Jahr: 148877, in der Sorte, worinnen das Capital bestünde: Capital und Interessen aber zusammen allezeit $157809\frac{62}{100}$ fl. oder Thaler.

Dieses Exempel wird wie die Vorhergehende berechnet, und ist nur in der Bedeutung der Buchstäben, wie überhaupt bei der Allgemeinheit, der Unterschied, nemlich, daß das pro Cento $\frac{n}{m}$ hier $\frac{6}{100}$, oder $\frac{3}{50}$, bedeutet, mithin $n = 3$ und $m = 50$ ist.

IV. Da bei einer Vorgabe viererlei unbekante Grössen vorkommen, und also vier Gleichungen erfordert werden.

§. 555. Enthält eine Vorgabe vier unbekante Grössen, welche u, x, y und z heissen können (§. 9), so müssen auch vier Gleichungen angestellet werden (§. 505), in deren jeder allemahl der Werth einer unbekanten Grösse, gleich wie vorhin, gesuchet werden muß.

Z. E. Als ein commandirender Officier aus Vorwiz gefragt wurde: Wie stark sein Chor wäre? gab er zur Antwort: Es bestehet aus so viel Cürassier, Dragoner und Husaren, weniger 300 Mann, als der Infanteristen sind: ferner in so viel Cürassier, Dragoner und Infanteristen, weniger 1000 Mann, als der Husaren sind: in so viel Cürassier, Husaren und Infanterie, weniger 1500 Mann, als der Dragoner sind: und in so viel Dragoner, Husaren und Infanterie, weniger 2000 Mann, als der Cürassier sind: könt ihr nun rechnen, so werdet ihr finden, wie viel Cürassier, Dragoner, Husaren und Infanteristen sind, folglichen auch, wie stark das Chor ist.

Wann die Cürassier $= u$, die Dragoner $= x$, die Husaren $= y$, die Infanterie $= z$, 300 Mann $= a$, 1000 Mann $= b$, 1500 Mann $= c$, und 2000 Mann $= d$ genommen werden, so ist

Die erste Gleichung:

$$u + x + y - a = z$$

Das heisset: Der Cürassier, Dragoner und Husaren, weniger 300 Mann, sind so viel zusammen, als der Infanteristen sind.

Die zweite Gleichung:

$$u + x + z - b = y$$

Das heisset: Der Cürassier, Dragoner und Infanteristen, weniger 1000 Mann, sind so viel, als der Husaren sind.

Die

Die dritte Gleichung:

$$u + y + z - c = x$$

Das heisset: Der Cürassier, Husaren und Infanterie, weniger 1500 Mann, sind so viel, als der Dragoner sind.

Die vierte Gleichung:

$$x + y + z - d = u$$

Das heisset: Der Dragoner, Husaren und Infanteristen, weniger 2000 Mann, sind so viel, als der Cürassier sind.

Aus diesen Gleichungen erkennet man nun zwar die Wehrten von z, y, x und u; alleine nur überhaupt, und allemahl mit Inbegrif der übrigen drei unbekanten Grössen, dahero, solche insbesondere und näher zu finden, ferner also procediret wird (s. §. 554):

Erstlich wird der bei der ersten Gleichung erhaltene Wehrt von z in eine jede der drei übrigen Gleichungen an seine Stelle gebracht (s. §. 554), so hat man folgende Formeln:

1) $u + x + u + x + y - a - b = y$
2) $u + y + u + x + y - a - c = x$
3) $x + y + u + x + y - a - d = u$

Vermög der ersten Formel wird der Wehrt von x näher gefunden:

$$u + x + u + x + y - a - b = y$$

2) $2u + 2x + y - y = a + b$

$$x = \frac{a + b}{2} - u$$

Vermög der zweiten Formel wird der Wehrt von u näher gefunden:

$$u + y + u + x + y - a - c = x$$

2) $2u + 2y + x - x = a + c$

$$u = \frac{a + c}{2} - y$$

Vermög der dritten Formel wird der Wehrt von y näher gefunden:

$$\frac{x+y+u+x+y-a-d=u}{2)\ \frac{2x+2y+u-u=a+d}{y=\frac{a+d}{2}-x}}$$

Alsdann wird der Wehrt eines Buchstabens, welcher es sei, an seine Stelle in einem andern Wehrt gebracht, welcher hier der Lezte, nemlich der Wehrt von y, sein sol, mithin in die zweite Gleichung kommen muß:

$$u=\frac{a+c}{2}-\frac{a+d}{2}+x;$$
$$2)\ 2u=a+c-a-d+2x$$
$$u=\frac{c-d}{2}+x$$

dann weil y negativ ist, so muß sein Wehrt auch negativ, d. i. unter verkehrten Zeichen substituirt werden (s. 549. 68).

Wird endlich dieser erhaltene Wehrt von u an die Stelle von u gebracht, so erhält man den Wehrt von x in bekanten Buchstaben:

$$x=\frac{a+b}{2}-\frac{c+d}{2}-x$$
$$2x=a+b-c+d-2x$$
$$4)\ 4x=a+b-c+d$$
$$x=\frac{a+b-c+d}{4}$$

Resolution:

$a = 300$
$b = 1000$

1300
$-c = -1500$

-200
$d = 2000$

4) 1800

$450 = x$, und also so viel Dragoner.

Die

Die folgende Zahlen und Wehrten der Buchstaben werden ferner gefunden, wann dieser erhaltene Wehrt von x an seine Stelle gesezet wird, als:

In dem Wehrt von y:

$$y = \frac{a + d}{2} - 450$$

$$\begin{array}{r} a = 300 \\ d = 2000 \\ \hline 2)\ 2300 \\ \hline 1150 \\ -450 \\ \hline 700 = y, \end{array}$$

und also so viel Husaren.

In dem Wehrt von u:

$$u = \frac{c - d}{2} + 450$$

$$\begin{array}{r} c = 1500 \\ -d = -2000 \\ \hline 2)\ -500 \\ \hline -250 \\ 450 \\ \hline 200 = u, \end{array}$$

und also so viel Cúrassier.

Werden, nach der Vorgabe, die Cúrassier, Dragoner und Husaren addirt, so erhält man 1350, wovon 300 subtrahirt, die Zahl 1050 die Infanterie anzeiget.

144) Ein Cassirer hatte viererlei Geldsorten in Cassa, als: 650 Stúk Carolinen weniger, als es zusammen Stúk Ducaten, Speciesthaler und Speciesgulden waren: 600 Stúk Ducaten weniger, als es zusammen Stúk Carolinen, Thaler und Gulden waren: 550 Thaler weniger, als es zusammen Stúk Carolinen, Ducaten und Gulden waren: und endlich 500 fl. weniger, als es zusammen Carolinen, Du-

caten und Thaler waren. Fr. Wie viel Stüke waren es von jeder Sorte? Antw. 250 Stük Carolinen, 275 Stük Ducaten, 300 Speciesthaler, und 325 Speciesgulden.

Die Gleichungen und ihre Reductionen sind wie vorhin, wann $u =$ die Ducaten, $x =$ die Thaler, $y =$ die Gulden, $z =$ die Carolinen, $a = 650$, $b = 600$, $c = 550$, und $d = 500$ genommen werden.

145) Wie viel Gage bekomt jeder von 4 Officiers jährlich, wann der Major 225 fl. weniger erhält, als der Hauptmann, Lieutenant und Fähndrich: der Hauptmann 1075 fl. weniger, als der Major, Lieutenant und Fähndrich: der Lieutenant 1425 fl. weniger, als der Major, Hauptmann und Fähndrich: und der Fähndrich 1725 fl. weniger, als der Major, Hauptmann und Lieutenant? Antw. Der Major 1000 fl. der Hauptmann 575 fl. der Lieutenant 400 fl. und der Fähndrich 250 fl.

Diese Vorgabe wird wie die Vorhergehende behandelt, wann $u =$ des Majors Gage, $x =$ des Hauptmanns Gage, $y =$ des Lieutenants Gage, $z =$ des Fähndrichs Gage, $a = 225$ fl. $b = 1075$ fl. $c = 1425$ fl. und $d = 1725$ fl. genommen wird.

§. 556. Auf diese Weise können solcher Art Vorgaben von 5, 6 und mehr unbekanten Grössen, die alsdann t, u, x, y und z: s, t, u, x, y und z heissen (§. 9), leicht aufgelöset werden, wann man nur bei dem Substituiren auf die positive und negative Grössen wohl Achtung giebt (§. 549).

§. 557. Zu dem Substituiren können zwar keine gewisse Regeln gegeben werden, jedoch veranlassen sie sich von selbsten, und wird nichts dabei verlohren, wann auch durch das Substituiren eine oder die andere Gleichung mehr, als nöthig wäre, gemacht werden solte, weil man endlich doch

zu

zu seinem Zwek gelanget, als worzu noch folgende Vorgabe dienen sol:

Man hat fünfferlei Leinwand, als: N°. I. bis V: kostet eine Ehle von N°. I. bis IV. zusammen 36 kr. weniger, als eine Ehle von N°. V: werden die Preisen der Ehlen von N°. I. II. III. und V. addirt, so machen solche 44 kr. weniger, als eine Ehle von N°. IV: sodann von N°. I. II. IV. und V. 54 kr. weniger, als von N°. III: ferner von N°. I. III. IV. und V. 70 kr. weniger, als von N°. II: und endlich von N°. II. III. IV. und V. 78 kr. weniger, als von N°. I. Fr. Was ist der Preis jeder Ehle?

Wann die Numern t, u, x, y und z benennet, und 36 kr. $= a$, 44 kr. $= b$, 54 kr. $= c$, 70 kr. $= d$, und 78 kr. $= e$, genommen werden, so sind die erste Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
&1)\ t + u + x + y - a = z\\
&2)\ t + u + x + z - b = y\\
&3)\ t + u + y + z - c = x\\
&4)\ t + x + y + z - d = u\\
&5)\ u + x + y + z - e = t
\end{aligned}
$$

Erstlich wird der bei der ersten Gleichung erhaltene Wehrt von z in eine jede der vier übrigen Gleichungen an seine Stelle gebracht, so erhält man folgende Formeln:

$$
\begin{aligned}
&1)\ t + u + x + t + u + x + y - b - a = y\\
&2)\ t + u + y + t + u + x + y - c - a = x\\
&3)\ t + x + y + t + u + x + y - d - a = u\\
&4)\ u + x + y + t + u + x + y - e - a = t
\end{aligned}
$$

Vermög der ersten Formel wird der Wehrt von x näher gefunden:

$$
\begin{aligned}
&t + u + x + t + u + x + y - b - a = y\\
&2t + 2u + 2x + y - y = a + b\\
2)\ &2x = a + b - 2t - 2u\\
&x = \frac{a + b}{2} - t - u
\end{aligned}
$$

Vermög der zweiten Formel wird der Wehrt von u näher gefunden:

$$t + u + y + t + u + x + y - c - a = x$$

$$2t + 2u + 2y + x - x = c + a$$

$$2)\ 2u = c + a - 2t - 2y$$

$$u = \frac{c + a}{2} - t - y$$

Vermög der dritten Formel wird der Wehrt von t näher gefunden:

$$t + x + y + t + u + x + y - d - a = u$$

$$2t + 2x + 2y + u - u = d + a$$

$$2)\ 2t = d + a - 2x - 2y$$

$$t = \frac{d + a}{2} - x - y$$

Vermög der vierten Formel wird der Wehrt von y näher gefunden:

$$u + x + y + t + u + x + y - e - a = t$$

$$2y + 2u + 2x + t - t = e + a$$

$$2)\ 2y = e + a - 2u - 2x$$

$$y = \frac{e + a}{2} - u - x$$

Alsdann werden diese erhaltene Wehrten abermahl näher bestimt, wann solche substituirt werden, als:

1) Der erste Wehrt von x, in die folgende dritte Gleichung:

$$t = \frac{d + a}{2} - \frac{a - b}{2} + t + u - y$$

$$y = \frac{d + a}{2} - \frac{a - b}{2} + u$$

$$2)\ 2y = d + a - a - b + 2u$$

$$y = \frac{d - b}{2} + n$$

2) Der

2) Der zweite Wehrt von u, in die folgende vierte Gleichung:

$$y = \frac{e+a}{2} - \frac{c-a}{2} + t + y - x$$

$$x = \frac{e+a}{2} - \frac{c-a}{2} + t$$

2) $2x = e + a - c - a + 2t$

$$x = \frac{e-c}{2} + t$$

3) Der dritte Wehrt von t, in die vorhergehende erste Gleichung:

$$x = \frac{a+b}{2} - \frac{d-a}{2} + x + y - u$$

$$u = \frac{a+b}{2} - \frac{d-a}{2} + y$$

2) $2u = a + b - d - a + 2y$

$$u = \frac{b-d}{2} + y$$

4) Der vierte Wehrt von y, in die vorhergehende zweite Gleichung:

$$u = \frac{c+a}{2} - \frac{e-a}{2} + u + x - t$$

$$t = \frac{c+a}{2} - \frac{e-a}{2} + x$$

2) $2t = c + a - e - a + 2x$

$$t = \frac{c-e}{2} + x$$

5) Der vierte Wehrt von y, auch in die vorstehende dritte Gleichung:

$$t = \frac{d+a}{2} - \frac{e-a}{2} + u + x - x$$

$$t = \frac{d+a}{2} - \frac{e-a}{2} + u$$

$$2)\ 2t = d + a - e - a + 2u$$

$$t = \frac{d-e}{2} + u$$

Weil endlich dieser Wehrt von t nicht mehr mit Nuzen substituirt werden kan, so müssen die Buchstaben nach ihren zugeeigneten Wehrten genommen und in die Gleichungen gebracht werden, als:

In vorstehender fünften Gleichung ist

$$\begin{array}{r} d = 70 \\ -e = -78 \\ \hline 2)\ -8 \\ \hline -4 \end{array}$$

Also ist nach dieser Resolution $t = u - 4$.

In vorhergehender vierten Gleichung ist

$$\begin{array}{r} c = 54 \\ -e = -78 \\ \hline 2)\ -24 \\ \hline -12 \end{array}$$

Also ist nach dieser Resolution $t = x - 12$.

Werden diese beide Wehrten in eine Gleichung gebracht, und reducirt, so erhält man den Wehrt von t, und alsdann, nach Masgab desselben, auch die Wehrten der folgenden Buchstaben:

$$x - 12 = u - 4$$

$$x - u = 12 - 4$$

$$x - u = 8 = t$$

Vermög dieses gefundenen Wehrts von t finden sich nunmehro die übrige Wehrten von u, x, y und z ebenfals; dann ist erstlich nach der fünften Gleichung $-4 + u = 8$, so muß $u = 12$ sein, weil $12 - 4 = 8$ ist.

Ist

Ist ferner nach der vierten Gleichung $c - e$ durch 2 dividirt $= - 12$, und x darzu $= 8$, so muß $x = 20$ sein, weil $20 - 12 = 8$ ist.

Ist nach der dritten Gleichung $b - d$ durch 2 dividirt $= - 13$, und y darzu $= u$, so muß $y = 25$ sein, weil $25 - 13 = 12$ ist.

Endlich ist der Wehrt von z die Summe von t, u, x und y, weniger a, d. i. 36, nemlich $= 29$.

Probe:
$$t + u + x + y - a = z$$
$$8 + 12 + 20 + 25 - 36 = 29$$

$$t + u + x + z - b = y$$
$$8 + 12 + 20 + 29 - 44 = 25$$

$$t + u + y + z - c = x$$
$$8 + 12 + 25 + 29 - 54 = 20$$

$$t + x + y + z - d = u$$
$$8 + 20 + 25 + 29 - 70 = 12$$

$$u + x + y + z - e = t$$
$$12 + 20 + 25 + 29 + 78 = 8$$

Nach der bisherigen Anweisung, und denen gegebenen Exempeln, kan nun ein jeder nicht nur alle in die einfache Gleichungen gehörige Fragen beurtheilen und auflösen, sondern auch dergleichen mittelst der Buchstaben unzählig viele willkührliche Formeln, und alsdann beliebige Vorgaben darüber machen, wobei die Vortreflichkeit der Algebra immer mehr eingesehen und bewundert werden wird.

Schirmer, Johann Michael

Johann Michael Schirmer Schul- Schreib- und Rechenmeisters in Frankfurt am Main selbstlehrende Algebra das ist gründliche Anweisung wie ein jeder welcher die gemeine Rechenkunst verstehet diese vortrefliche Wissenschaft ohne mündlichen Unterricht lernen und mittelst derselben alle schwere
Bd.: 3.

Frankfurt am Main (1780)

Math.p. 501-3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082733-6
VD18 90246411